

L'EFFETTO SCUOLA (VALORE AGGIUNTO) NELLE PROVE INVALSI 2018

A cura di Angela Martini
Esperto INVALSI

*L'effetto scuola nelle istituzioni
scolastiche del I e II ciclo
d'istruzione*

Le rilevazioni degli
apprendimenti
A.S. 2017-18

INDICE

1. Introduzione: perché il valore aggiunto	3
2. La stima del valore aggiunto delle scuole	4
3. I modelli di regressione <i>multilevel</i>	5
4. Le variabili considerate e il modello di stima INVALSI	8
5. I risultati dell'analisi di regressione in V Primaria	10
6. I risultati dell'analisi di regressione in III Secondaria di primo grado	12
7. I risultati dell'analisi di regressione in II Secondaria di secondo grado	14
8. Il valore aggiunto delle scuole	19
Riferimenti bibliografici	29
APPENDICE 1	30
APPENDICE 2	32

1. Introduzione: perché il valore aggiunto

Dal 2016 l'INVALSI restituisce alle scuole i risultati ottenuti dai loro studenti nelle prove di Italiano e di Matematica¹ non solo in termini di risultati osservati (*o grezzi*) ma anche in termini di indicatori di valore aggiunto. Qual è la differenza tra queste due diverse modalità di misurare l'efficacia di una istituzione educativa?

Possiamo definire l'efficacia (*effectiveness*) di una istituzione in generale come il grado in cui essa riesce a conseguire i propri obiettivi programmatici. Nel caso della scuola, si distingue tra efficacia *interna* ed *esterna*: indicatori di efficacia interna sono, ad esempio, i livelli di apprendimento raggiunti dagli studenti nelle discipline d'insegnamento o la proporzione di studenti che giunge a completare un ciclo di studi o a conseguire un certo titolo di studio, mentre sono indicatori di efficacia esterna la proporzione dei diplomati che si inserisce nel mercato del lavoro, la coerenza tra occupazione e titolo di studio posseduto, ecc.

L'efficacia può essere misurata in termini assoluti o in termini relativi (Grilli e Rampichini, 2009) e, di conseguenza, la comparazione dell'efficacia delle scuole può essere fatta basandosi sui loro risultati assoluti – che sopra abbiamo chiamato risultati osservati o grezzi – oppure sui loro risultati *netti*, depurati, cioè, dal peso dei fattori estranei all'azione educativa che hanno un'influenza sull'apprendimento.

Vediamo di chiarire meglio il discorso riferendoci specificamente ai risultati delle prove INVALSI, che, secondo la distinzione sopra proposta, si possono ritenere un indicatore di efficacia interna delle scuole italiane. Sui risultati medi da queste raggiunti nelle prove incidono diverse variabili: le caratteristiche socio-demografiche degli alunni (la famiglia di provenienza, l'eventuale origine immigrata, il genere, ecc.) e – ciò che più conta – le competenze possedute in Italiano e in Matematica all'ingresso in una certa istituzione scolastica. Queste sono tutte variabili che definiamo *esogene*, in quanto al di fuori del controllo delle scuole, le quali non hanno, evidentemente, la possibilità di modificare la preparazione d'ingresso o l'ambiente sociale di provenienza degli studenti che in esse si iscrivono. Se dunque, per valutare l'efficacia di una scuola rispetto a un'altra, ci si limita a comparare i loro risultati grezzi, senza tener conto delle caratteristiche della popolazione scolastica da ciascuna reclutata, si compie un'operazione non solo alquanto discutibile dal punto di vista del metodo, ma anche criticabile dal punto di vista dell'equità. Come osserva Stephen Raudenbush: «Le prove sperimentali accumulate in più di quarant'anni di ricerche indicano che il livello medio dei risultati degli alunni di una certa scuola in un dato momento è assai più fortemente condizionato dall'origine familiare degli alunni, dalle loro precedenti esperienze formative al di fuori della scuola e dagli effetti delle scuole che hanno frequentato prima, di quanto esso non sia influenzato dalla scuola che attualmente frequentano» (Raudenbush, 2004, TdA).

Si noti, *en passant*, che la comparabilità dei risultati di classi e di scuole con alunni fra loro molto diversi è proprio uno degli aspetti su cui si sono maggiormente appuntate le critiche degli insegnanti alle rilevazioni dell'INVALSI.

Possiamo dunque convenire, a questo punto, che ciò che è importante stabilire ai fini di una valutazione sensata dell'efficacia di una scuola è *se e in quale misura* essa sia stata capace di far sì che i propri alunni apprendessero più di quanto abbiano mediamente appreso alunni *comparabili* (vale a dire con le medesime caratteristiche all'ingresso) che hanno frequentato in uno stesso arco di tempo altre scuole. Giudicando la qualità dell'istruzione fornita da una scuola soltanto sulla base dei risultati dei suoi studenti considerati in assoluto, qualità degli alunni e qualità della scuola rimangono inestricabilmente confuse tra loro. Il livello degli apprendimenti di uno studente qualunque di una scuola qualsiasi in un momento dato del tempo è infatti una funzione sia delle sue caratteristiche individuali e delle

¹ La restituzione del valore aggiunto per le prove d'Inglese avverrà dal 2021 per la III secondaria di primo grado, quando per quegli studenti sarà disponibile il risultato in V primaria. Per la stessa ragione, il valore aggiunto per le prove d'Inglese della V secondaria di secondo grado sarà disponibile dal 2023.

competenze acquisite prima dell'entrata in quella scuola, sia dell'azione esercitata dallo specifico istituto che egli frequenta.

Si aggiunga che, come la ricerca in campo educativo ha dimostrato, il profitto scolastico di uno studente in un dato momento non è influenzato unicamente dalle sue caratteristiche personali e dal patrimonio di abilità e conoscenze che egli ha in precedenza accumulato ma anche dalle caratteristiche e dal livello medio delle competenze possedute dagli alunni della sua classe e della sua scuola. In altre parole, dalla ricerca è emersa l'esistenza di un *effetto di contesto*, o di composizione del gruppo di cui un alunno fa parte, che condiziona in una qualche misura il suo stesso apprendimento. La presenza di un effetto di contesto implica che la valutazione dell'efficacia delle scuole deve fondarsi non solo sulla comparazione di alunni simili dal punto di vista delle variabili individuali rilevanti ma che anche frequentano scuole simili sotto il profilo della composizione della popolazione scolastica reclutata.

Per concludere, il problema fondamentale da affrontare quando si voglia valutare la qualità educativa di una scuola è quello di *distinguere e separare* l'effetto della scuola sull'apprendimento dei suoi alunni dall'influsso di tutte quelle circostanze che sfuggono al suo controllo; è cioè necessario distinguere e separare l'effetto delle caratteristiche degli alunni e del loro grado di preparazione all'ingresso, a livello individuale e aggregato (medie di scuola), dall'effetto dei processi (organizzazione, *leadership*, clima, qualità del curriculum, ecc.) che la scuola mette in atto nello svolgimento della propria funzione. Il valore aggiunto è quindi, propriamente, il contributo specifico che una scuola dà all'apprendimento dei suoi alunni, al netto del condizionamento esercitato su di esso dai fattori esterni al suo operato. Per usare un'espressione del linguaggio sportivo, per poter legittimamente confrontare l'efficacia pedagogica e didattica di una scuola rispetto a un'altra è indispensabile livellare preliminarmente il terreno di gioco, mettere le scuole sullo stesso piano, facendo *come se* esse avessero tutte la stessa popolazione di studenti.

2. La stima del valore aggiunto delle scuole

Nella storia della ricerca sull'efficacia sono stati sperimentati diversi metodi e modelli matematici per stimare l'effetto della scuola sul progresso cognitivo dei propri alunni. In una pubblicazione dedicata a questo tema (OECD, 2008), l'OCSE ha distinto tra *modelli di apprendimento contestualizzato* e *modelli di valore aggiunto* vero e proprio. La distinzione riproduce in parte un'analoga distinzione proposta da Hanushek (Hanushek e Raymond, 2003) tra modelli che seguono un *approccio trasversale* e modelli che adottano un *approccio longitudinale* per la misurazione dell'efficacia educativa. Ciò che differenzia, in entrambi i casi, l'uno e l'altro tipo di modelli è che i primi stimano il contributo della scuola all'apprendimento dei suoi alunni in un solo punto del tempo, *aggiustando* i risultati in una o più prove per tener conto degli effetti dovuti alle caratteristiche degli studenti che la frequentano. Da notare che anche nel caso in cui si monitorino i risultati degli alunni di determinati gradi scolari a diverse riprese nel corso del tempo – modello che Hanushek denomina *school status/grade change model* – si rimane comunque all'interno del primo dei due approcci in quanto, poiché le rilevazioni sono condotte su alunni ogni volta diversi, non si è in grado di stabilire se eventuali variazioni nei risultati siano da attribuire all'operato della scuola o a un mutamento nella composizione della sua popolazione. L'elemento distintivo che caratterizza i modelli del secondo tipo è che essi misurano i livelli di apprendimento *degli stessi alunni* in *almeno due* momenti successivi, all'inizio della frequenza di una certa scuola e dopo un certo periodo. In questo modo è possibile *mettere sotto controllo*, per dirla in linguaggio statistico, la variabile rappresentata dalle competenze possedute dagli alunni all'ingresso in una scuola e dunque depurare i risultati raggiunti dai suoi studenti anche dal peso di questa variabile, che è anche quella che ha su di essi la più forte influenza. Solo un approccio longitudinale è dunque in grado, come ormai riconosciuto dalla comunità scientifica internazionale, di affrontare il non facile problema di isolare l'effetto della scuola dalle altre molteplici influenze che condizionano i risultati degli alunni.

I modelli longitudinali di stima del valore aggiunto si suddividono poi, a loro volta, in due categorie: modelli basati su una misurazione in ingresso e una in uscita dei livelli di apprendimento degli studenti e sull'aggiustamento delle covariate per tenere sotto controllo i fattori esogeni che agiscono su di essi, e

modelli multivariati che si basano su più misurazioni ripetute nel tempo del progresso cognitivo degli alunni (curve di crescita)², senza aggiustamento delle covariate sulla base del presupposto che in tal caso ogni alunno funge da controllo di se stesso (Sanders *et al.*, 1997).

A parte questa ulteriore distinzione, tutti i modelli di valore aggiunto sono accomunati, pur nella diversità tra l'uno e l'altro dovuta alla scelta delle variabili da considerare e ad altre specificità, dal ricorso all'uso di tecniche di regressione. Il valore aggiunto è infatti dato dai residui di un'analisi di regressione, vale a dire dalla differenza tra i risultati osservati di una certa scuola e i risultati attesi, cioè i risultati che essa teoricamente avrebbe dovuto ottenere tenuto conto delle caratteristiche dei suoi alunni:

$$\text{valore aggiunto} = \text{risultati osservati} - \text{risultati attesi}$$

Usando un linguaggio più tecnico, il valore aggiunto corrisponde a quella parte della varianza dei risultati di una scuola in una prova di apprendimento che non è spiegata dalle variabili esplicative prese in considerazione dall'analisi di regressione.

3. I modelli di regressione *multilevel*

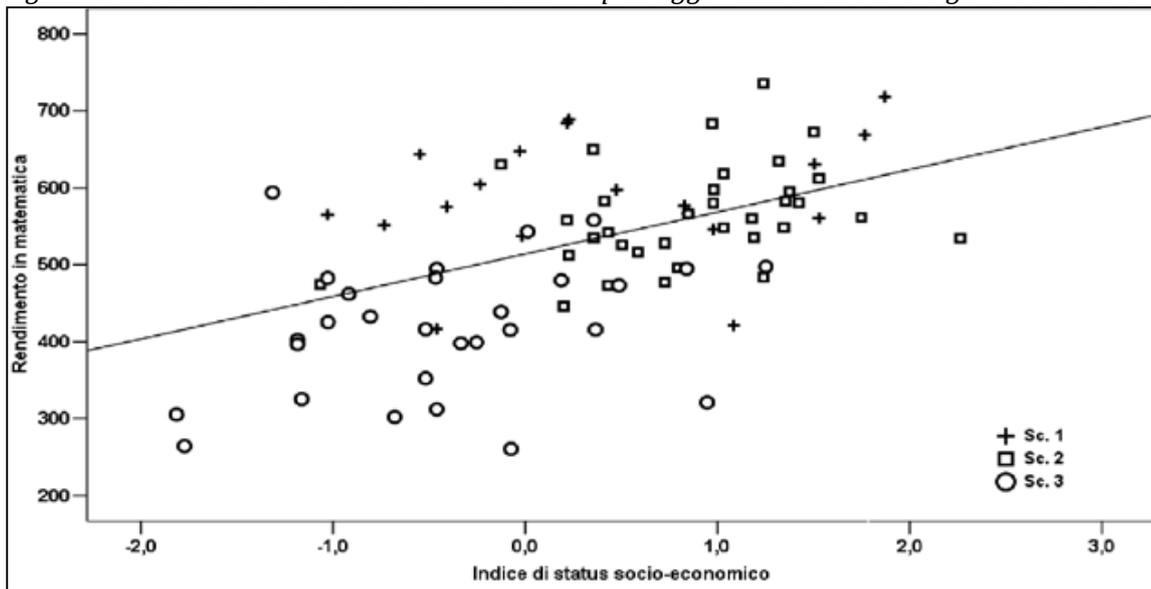
Dagli anni '80 si sono diffusi per la stima del valore aggiunto i modelli di regressione cosiddetti *multilevel* che, a differenza dei modelli di regressione ordinaria, basati su un assunto di indipendenza delle osservazioni, tengono conto della struttura gerarchica dei dati che i fenomeni in campo educativo tipicamente presentano: gli studenti, infatti, non sono normalmente isolati gli uni dagli altri ma sono riuniti in classi, a loro volta riunite in scuole, le scuole nelle province, e così via. È probabile che gli alunni appartenenti a uno stesso gruppo (classe o scuola) siano tra loro più simili rispetto agli alunni di gruppi diversi, e ciò sia a causa di processi di selezione o autoselezione nella formazione dei gruppi sia a causa dell'esposizione a fattori ambientali comuni una volta che i gruppi si sono costituiti. Nel paragrafo introduttivo si è accennato all'esistenza di un effetto di contesto o di composizione del gruppo, vale a dire della classe o della scuola cui un alunno appartiene, per cui il rendimento scolastico di uno studente è influenzato non solo dalle sue caratteristiche individuali ma anche dal livello medio delle caratteristiche dei compagni. La regressione *multilevel*, consentendo di analizzare gli effetti del contesto sui risultati scolastici degli studenti, si rivela un modello più adeguato della regressione ordinaria allo studio delle relazioni tra variabili in campo educativo. Per maggior chiarezza, si consideri l'esempio seguente.

Supponiamo di aver misurato con una prova standardizzata le competenze in Matematica di una popolazione di studenti distribuita in tre scuole diverse. Il grafico di figura 1 rappresenta la relazione tra lo status socio-economico degli studenti e il punteggio in Matematica degli alunni delle tre scuole.

La linea al centro è la retta di regressione del punteggio degli studenti – riportato sull'asse verticale – sull'indice di status, i cui valori, standardizzati in modo che la loro media sia eguale a zero, sono riportati sull'asse orizzontale.

² Questi modelli richiedono che i risultati delle prove cui gli alunni sono sottoposti siano espressi su una medesima scala, o in altri termini che le prove siano ancorate verticalmente.

Figura 1: Relazione tra status socio-economico e punteggio in matematica degli studenti di tre scuole



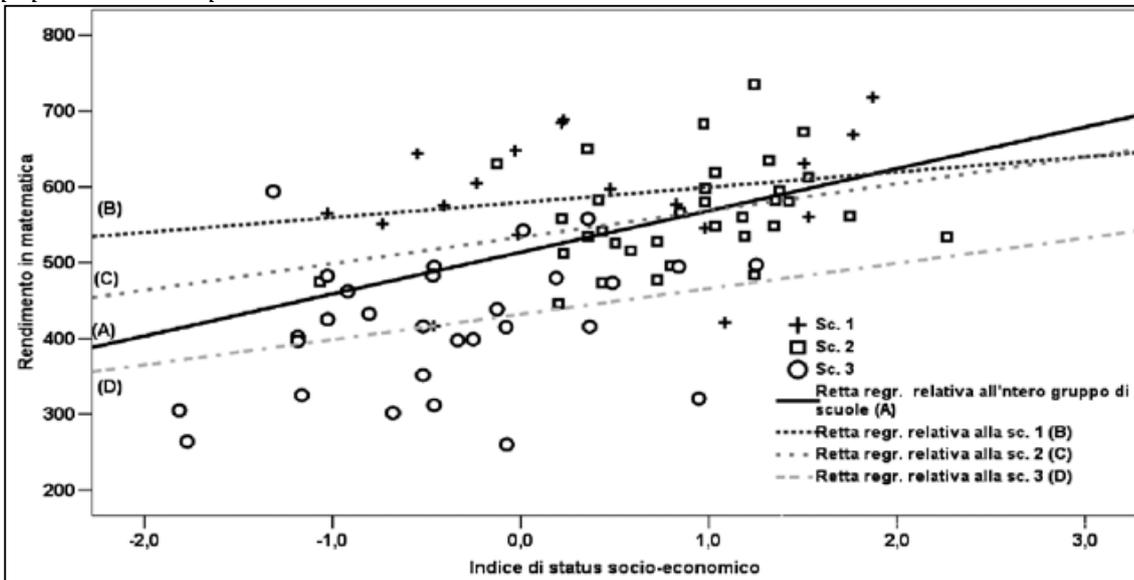
Fonte: Martini e Ricci, 2007

I punti del grafico, ciascuno dei quali corrisponde a uno studente di una delle tre scuole, contraddistinto dal relativo simbolo (Sc. 1: croce, Sc. 2: quadratino, Sc. 3: cerchietto), tendono ad allinearsi lungo la retta che sintetizza il loro andamento complessivo, indicando una relazione positiva tra le due variabili: man mano che il valore dell'indice di *status* cresce, tende a crescere, come si evince dall'orientamento verso l'alto della retta, anche il punteggio in Matematica. L'altezza della retta di regressione (intercetta), misurata dal segmento tracciato perpendicolarmente ad essa in corrispondenza del valore 0 sull'asse orizzontale, ci dà il punteggio medio in Matematica quando lo *status* assume un valore pari anch'esso alla sua media. L'inclinazione della retta rispetto all'asse orizzontale (coefficiente angolare) ci dice invece di quanto varia il punteggio in Matematica per una variazione unitaria dell'indice di *status*: una retta più ripida (cioè con un'angolazione maggiore) indica un effetto dello *status* sul punteggio più forte, una retta meno ripida un effetto più debole.

Nel grafico di figura 1 non si tiene in alcun conto l'appartenenza degli alunni a scuole diverse e la retta di regressione rappresenta dunque la relazione tra *status* e prestazione in Matematica per tutti gli studenti nel loro insieme, indipendentemente dalla scuola frequentata.

La figura 2 rappresenta invece la medesima relazione nella totalità degli studenti (retta A) e all'interno di ognuna delle tre scuole (rette B, C, D).

Figura 2: Relazione tra status socio-economico e punteggio in matematica all'interno di tre scuole e nella popolazione complessiva



Fonte: Martini e Ricci, 2007

Come si può vedere dalle rette, la relazione tra *status* e punteggio in Matematica entro ciascuna scuola varia dall'una all'altra e rispetto a quella che si osserva per la popolazione di studenti nel suo insieme. In generale, si può constatare che l'effetto dello *status* è più forte nella popolazione complessiva (la retta A è più ripida delle altre), mentre all'interno delle scuole l'effetto dello *status*, a causa evidentemente della maggiore omogeneità sociale degli studenti che frequentano lo stesso istituto, è più debole: le rette delle scuole, pur avendo pendenze diverse tra loro, sono comunque tutte meno ripide della retta generale. Altrettanto variabile è il punteggio medio in Matematica degli studenti di ogni scuola per un indice di *status* socio-economico pari a zero, più alto nelle scuole B e C rispetto alla media della popolazione totale e più basso nella scuola D.

La regressione a più livelli permette di modellizzare matematicamente la situazione di figura 2. Nella formulazione *multilevel*, la relazione tra la variabile Y (nel nostro esempio, il punteggio in Matematica) dello studente i -esimo, appartenente alla scuola j -esima, e una variabile esplicativa individuale X (come, sempre nel nostro esempio, lo *status* socio-economico) è rappresentata nel modo seguente (Snijders e Bosker, 1999; Bryk e Raudenbush, 2002):

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} X_{ij} + e_{ij} \quad (1)$$

dove i (con $i = 1, 2, \dots, n$) indica le unità di primo livello (gli studenti), j (con $j = 1, 2, \dots, J$) indica le unità di secondo livello (le scuole). La prestazione dello studente Y_{ij} è funzione della prestazione media della scuola (β_{0j}) cui lo studente appartiene, dell'effetto (β_{1j}) della variabile X_{ij} all'interno della scuola, e di un termine di errore (e_{ij}), con media nulla e varianza eguale a σ^2 .

La variabilità dei coefficienti β_{0j} e β_{1j} può essere espressa, a sua volta, in funzione di un livello medio generale (γ_{00} e γ_{10}), di una qualche caratteristica di gruppo Z_j (ad esempio, lo status socio-economico medio della scuola o la sua localizzazione)³ e di una componente di errore casuale u_{0j} e u_{1j} :

³ Le variabili di secondo livello sono o variabili aggregate dal livello precedente o variabili cosiddette globali, come ad esempio la localizzazione della scuola in un dato territorio o il tipo di gestione.

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + u_{0j} \quad (2)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}Z_j + u_{1j} \quad (3)$$

Gli errori u_{0j} e u_{1j} hanno media nulla e varianza pari a $\text{var}(u_{0j}) = \sigma_{u_0}^2$ e $\text{var}(u_{1j}) = \sigma_{u_1}^2$.

Sostituendo nella (1) le espressioni (2) e (3) si ha il modello misto:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}Z_j X_{ij} + u_{0j} + u_{1j} X_{ij} + e_{ij} \quad (4)$$

4. Le variabili considerate e il modello di stima INVALSI

Il modello di stima del valore aggiunto delle scuole italiane usato dall'INVALSI è un modello di regressione a due livelli, studente e scuola, semplificato rispetto al modello (4), poiché solo le intercette (medie delle scuole) sono lasciate libere di variare mentre i coefficienti angolari (pendenze) sono costretti sul loro valore medio. Ciò significa assumere che l'effetto all'interno delle scuole delle variabili individuali degli studenti sia lo stesso per tutti⁴. Rispetto alla (4) l'equazione diviene dunque la seguente:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{10}X_{ij} + u_{0j} + e_{ij} \quad (5)$$

È qui il caso di ricordare, prima di proseguire, che la ragione per cui l'INVALSI è stato in grado di restituire alle scuole i risultati anche in termini di valore aggiunto, oltre che di risultati assoluti, soltanto a partire dalla rilevazione 2016 – sebbene la valutazione del valore aggiunto delle scuole fosse prevista già dal D.P.R. n. 80 del 2013 – è dovuta, in primo luogo, al fatto che si è dovuto attendere un certo numero di anni per poter disporre di dati diacronici⁵ rilevati sui medesimi studenti e in secondo luogo al fatto che solo di recente si sono potuti collegare, tramite il codice SIDI⁶, i risultati degli alunni dal grado 2 al grado 5, dal grado 5 al grado 8 e dal grado 8 al grado 10.

Basandosi sui dati della rilevazione 2018, sono stati stimati modelli distinti per ognuno dei due ambiti disciplinari oggetto di indagine e per ognuna delle due classi conclusive del primo ciclo d'istruzione (grado 5 e 8), mentre per la seconda classe della scuola secondaria di secondo grado (grado 10) sono stati stimati modelli separati, oltre che per Italiano e Matematica, anche per ognuno di quattro tipi di scuola (vedi paragrafo successivo).

La variabile dipendente è il punteggio su scala Rasch⁷ in Italiano e in Matematica in V Primaria, in III Secondaria di primo grado e in II Secondaria di secondo grado. Le variabili esplicative di livello 1 (studenti) e di livello 2 (scuole) prese in considerazione nei modelli per spiegare la variabilità dei valori della variabile dipendente sono elencate nella tavola che segue.

⁴ La semplificazione, oltre a rendere il modello più parsimonioso, ha anche il vantaggio di permettere un unico *ranking* del valore aggiunto delle scuole, cosa che non sarebbe possibile – a meno di stilare graduatorie diverse a seconda del peso entro le scuole delle caratteristiche degli alunni – se si usasse il modello (4) (Grillo e Rampichini, 2009).

⁵ Le rilevazioni INVALSI sono iniziate nel 2008 in III secondaria di primo grado e si sono poi progressivamente estese agli altri gradi scolari a partire dalla scuola primaria.

⁶ Il codice SIDI viene assegnato dal servizio statistico del MIUR ad ogni alunno al momento dell'ingresso nel sistema scolastico. La raccolta sistematica da parte dell'INVALSI di tali codici è iniziata nel 2013, dopo il superamento di varie difficoltà legate all'esigenza di garanzia della *privacy* e al problema di mettere in comunicazione le basi di dati di enti diversi.

⁷ Per tutte le prove la media dei punteggi è posta eguale a 200 e la deviazione standard a 40.

Tavola 1: Variabili inserite nei modelli di valore aggiunto

Nome variabile	Descrizione
Variabili di livello 1: studenti	
Punt. Ing_i	Punteggio d'ingresso in Italiano o Matematica ⁸
Femmina	Genere dello studente (<i>Maschio / Femmina</i>)
Immigrato I o II gen.	Cittadinanza dello studente (<i>Italiano / Straniero di prima generazione / Straniero di seconda generazione</i>)
ESCS_i	Status socio-economico-culturale
Ritardo	Regolarità nel percorso degli studi (<i>Regolare o in anticipo / In ritardo</i>)
Freq. Sc. infanzia	L'alunno ha frequentato la scuola dell'infanzia (<i>No/Sì</i>)
Altra lingua	Lingua parlata in casa dallo studente (<i>Italiano / Altra lingua</i>)
Dialetto	Lo studente parla in casa il dialetto (<i>No/Sì</i>)
Variabili di livello 2: scuole	
Punt. Ing_sc	Media dei punteggi in Italiano o in Matematica degli studenti della scuola all'ingresso
Dimensione	Numero di alunni della scuola del grado scolare interessato
ESCS_sc	Status socio-economico-culturale medio degli studenti della scuola
% stranieri	Percentuale di stranieri di I e II generazione della scuola
% ritardatari	Percentuale di alunni in ritardo della scuola
% femmine	Percentuale di femmine nella scuola (solo scuola secondaria di secondo grado)
% ass. alla prova	Percentuale di assenti alla prova d'Italiano o di Matematica (solo scuola secondaria di secondo grado)

Accanto alle variabili di tipo categoriale è indicata tra parentesi, in carattere corsivo, la categoria assunta come riferimento nelle analisi (ad esempio, per il genere dello studente la categoria di riferimento è quello maschile). Le variabili di secondo livello sono ricavate per aggregazione dal primo livello (tranne la dimensione che è riferita alla totalità degli alunni della scuola del grado oggetto di rilevazione). Nella scuola superiore, tra le variabili di livello 2 è stata inserita la percentuale di femmine dell'istituto perché, a differenza dalle scuole del primo ciclo d'istruzione, dove in genere il numero di maschi e femmine si equivale, la ripartizione di ragazzi e ragazze nei vari indirizzi della secondaria di secondo grado è in molti casi tutt'altro che equilibrata, con corsi dove predominano le ragazze e altri dove predominano i ragazzi.

In tutti i modelli stimati le variabili di livello 1 sono centrate sulla media di gruppo (media di scuola), le variabili di livello 2 non sono centrate. Dai calcoli sono stati eliminati i *record* con valori mancanti.

Purtroppo, l'assenza del dato relativo alle variabili d'interesse, in particolare per quanto riguarda la più importante di esse, il punteggio degli alunni nel grado precedente, si è rivelata relativamente frequente soprattutto nella scuola primaria e secondaria di primo grado, con la conseguenza che non per tutte le scuole italiane, e nel caso di alcune scuole non per entrambe le materie, è stato possibile stimare il valore aggiunto.

La tavola seguente mostra, per ogni grado scolare e ogni materia, la percentuale di scuole per cui è stato possibile effettuare il calcolo.

⁸ Il punteggio d'ingresso è il punteggio di II Primaria per gli alunni di V Primaria, il punteggio di V Primaria per gli alunni di III Secondaria di primo grado, il punteggio di III Secondaria di primo grado per gli alunni di II Secondaria di secondo grado. Propriamente, il punteggio di II Primaria non è – a differenza degli altri due – un punteggio d'ingresso in quanto gli alunni hanno di norma già frequentato due anni nella stessa scuola.

Tavola 2: Scuole di cui è stato stimato il valore aggiunto in Italiano e in Matematica

ITALIANO			MATEMATICA		
Grado 5	Grado 8	Grado 10	Grado 5	Grado 8	Grado 10
66,0%	65,8%	91,0%	68,4%	67,7%	92,0%

Come si può vedere, le percentuali di scuole cui gli indicatori di valore aggiunto sono stati restituiti sono assai minori per il grado 5 e il grado 8 rispetto al grado 10. Questo è dovuto al fatto che la partecipazione alla rilevazione 2015, anno in cui si sono svolte le prove di II e di V Primaria degli studenti che nel 2017-18 hanno frequentato, rispettivamente, la V Primaria e la III Secondaria di primo grado, è stata ridotta a causa di uno sciopero nazionale degli insegnanti indetto nei giorni delle rilevazioni. La limitata partecipazione ha caratterizzato soprattutto alcune regioni del Mezzogiorno e in particolare, come ha dimostrato un'analisi effettuata *ex post*, le scuole che avevano ottenuto bassi risultati nelle prove dell'anno precedente. Tutto ciò ha operato come un fattore di selezione della popolazione di studenti e scuole su cui la stima del valore aggiunto è stata effettuata ed ha avuto come conseguenza, oltre all'eliminazione dai calcoli degli istituti dove il numero di studenti con valori mancanti superava il 50%, una riduzione della variabilità complessiva e delle sue componenti *entro* le scuole e *tra* le scuole nonché del coefficiente di correlazione intraclasse (ICC): tale coefficiente è dato dal rapporto fra la componente di variabilità tra le scuole e la variabilità totale e fornisce dunque una misura del grado di somiglianza delle osservazioni appartenenti a uno stesso gruppo o, in altre parole, di quanto la variabile risposta – nel nostro caso il punteggio degli studenti – è influenzata dal raggruppamento degli alunni nelle scuole.

Le tavole che seguono mostrano la varianza *entro* (W: *within*) e la varianza *tra* (B: *between*) dei punteggi di Italiano e Matematica 2018 e i coefficienti intraclasse calcolati dapprima sull'intera popolazione e quindi sul sottoinsieme derivato dall'eliminazione degli studenti con valori mancanti.

Tavola 3: Varianza e coefficienti intraclasse dei punteggi di Italiano di V Primaria e III Secondaria di primo grado prima e dopo eliminazioni

		Varianza intera popolazione			Varianza dopo eliminazioni		
		ICC	N	ICC	N		
Grado 5	W	1280,35	499.353	1181,95	287.850	8,7	
	B	134,63		113,05			
Grado 8	W	1400,64	554.885	1208,05	287.445	10,7	
	B	175,34		145,33			

Tavola 4: Varianza e coefficienti intraclasse dei punteggi di Matematica di V Primaria e III Secondaria di primo grado prima e dopo eliminazioni

		Varianza intera popolazione			Varianza dopo eliminazioni		
		ICC	N	ICC	N		
Grado 5	W	1201,81	491.920	1173,65	306.257	11,3	
	B	169,84		149,97			
Grado 8	W	1318,94	558.576	1286,60	298.595	14,7	
	B	225,57		220,95			

Tenuto conto di quanto sopra, i risultati delle analisi di regressione per la V Primaria e la III Secondaria di primo grado, di seguito illustrati, sono dunque da considerare con una certa cautela.

5. I risultati dell'analisi di regressione in V Primaria

Nel procedimento di stima del valore aggiunto il primo passo consiste nel calcolare il peso esercitato dalle variabili esplicative prese in considerazione sulla variabile dipendente, nel caso specifico il punteggio di Italiano e di Matematica in V Primaria. Il valore aggiunto corrisponde infatti, come già accennato, ai residui di livello 2 della regressione, ossia la varianza tra le scuole non spiegata dalle

caratteristiche, individuali e aggregate, dei loro studenti e che pertanto si ipotizza sia da attribuire all'effetto della scuola che frequentano.

La tavola che segue mostra l'effetto delle variabili elencate in tavola 1 sul punteggio in Italiano e in Matematica ottenuto dagli alunni nelle prove INVALSI di V Primaria. Sebbene i dati su cui le analisi sono state effettuate siano, come già detto, un sottoinsieme dei dati di popolazione e non un campione rappresentativo, tenuto conto anche del consistente numero di cancellazioni dovuto alle informazioni mancanti, l'errore standard – che può avere, come osserva Domenico Piccolo (2010), origini diverse, tra cui l'incompletezza delle informazioni – è stato usato come misura sintetica d'incertezza per valutare la significatività statistica dei coefficienti stimati e riportati nella tavola 5 e nelle successive.

Tavola 5: Effetti netti sui punteggi di Italiano e Matematica di V Primaria

	ITALIANO			MATEMATICA		
	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2
Intercetta	204,10	203,87	172,36	208,65	208,69	184,54
Livello 1						
Punt. Ing_i		0,40***	0,40***		0,46***	0,46***
Femmina		7,05***	7,06***		-6,62***	-6,61***
Immigrato I gen.		-1,98***	-1,94***		0,36	0,33
Immigrato II gen.		-2,41***	-2,37***		-0,15	-0,14
ESCS_i		5,64***	5,66***		4,68***	4,68***
In ritardo		-5,87***	-6,33***		-6,53***	-6,77***
Freq. Sc. infanzia		0,68	0,94*		1,53***	1,73***
Parla un'altra lingua		-4,88***	-4,84***		-4,06***	-4,03***
Parla dialetto		-2,42***	-2,32***		-2,14***	-2,10***
Livello 2						
Punt.Ing_sc			0,15***			0,12***
Dimensione			0,02***			0,00
ESCS_sc			9,31***			6,60***
% stranieri			0,01			-0,10***
% alunni in ritardo			-0,25***			-0,10*
Componenti casuali						
Varianza livello 1	1182,00	826,48	826,73	1173,65	757,94	758,04
Varianza livello 2	113,05	130,27	91,56	149,97	169,49	144,06
ICC	8,7			11,3		
Riduzione v. liv. 1 (%)		30,1	30,1		35,4	35,4
Riduzione v. liv. 2 (%)		-15,2	19,0		-13,0	3,9

Legenda: * = p-value < 0,05; ** = p-value < 0,01; *** = p-value < 0,001.

Il primo modello (0 nella tavola sopra), detto anche modello *vuoto* perché non contiene variabili esplicative né di livello 1 né di livello 2, ha la sola funzione di ripartire la variabilità totale dei punteggi di V Primaria nella componente dovuta a differenze tra gli alunni all'interno delle scuole (varianza di livello 1) e nella componente dovuta a differenze tra le scuole (varianza di livello 2). Come già sopra detto, il rapporto fra la varianza di livello 2 e la varianza totale, moltiplicato per cento, dà il coefficiente intraclasse (ICC), cioè la parte di varianza che dipende dalle differenze di risultati tra le scuole. Nella scuola primaria, come si può vedere, essa corrisponde a livello nazionale all'8,7%, una percentuale non elevata, anche se a questo proposito bisogna considerare che si tratta di una media che compone in un unico valore situazioni assai diverse tra il Nord, il Centro e il Sud dell'Italia⁹. Inoltre, essa è, come s'è visto, più bassa di quanto avrebbe potuto essere se per la stima del valore aggiunto si fossero potuti utilizzare i dati di tutte le scuole.

⁹ La percentuale di varianza tra scuole è un indice di equità del sistema scolastico: nel primo ciclo d'istruzione essa sul piano nazionale non è elevata ma varia a seconda dell'area geografica, e risulta assai più alta nel mezzogiorno e nelle isole rispetto alle regioni centrali e ancor più rispetto a quelle settentrionali dell'Italia.

Nel modello 1 sono introdotte le variabili individuali degli studenti, centrate sulla media della loro scuola. L'intercetta nella prima riga del modello rappresenta il punteggio di uno studente che appartiene alla categoria di riferimento¹⁰ per quanto riguarda le variabili categoriali ed ha un valore pari alla media della sua scuola sulle variabili quantitative (punteggio d'ingresso e indice ESCS). I valori in colonna rappresentano invece la variazione del punteggio di Italiano e Matematica di V Primaria associata a una variazione unitaria della variabile indicata sulla medesima riga nella prima colonna della tavola, al netto dell'effetto esercitato da tutte le altre: ad esempio, se il punteggio in II dello studente aumenta di un punto rispetto alla media degli alunni della scuola cui appartiene, il suo punteggio in V cresce in Italiano, a parità di tutte le altre condizioni, di 0,40 punti e in Matematica di 0,46 punti, mentre se l'alunno, invece che maschio, è femmina il suo punteggio cresce mediamente all'interno della scuola – sempre *ceteris paribus* – di 7,06 punti in Italiano e diminuisce di 6,62 punti in Matematica.

È il caso di rilevare che l'aumento del punteggio in V primaria legato a una variazione unitaria del punteggio in II appare piccolo se confrontato all'aumento connesso a una variazione unitaria dell'indice ESCS (5,66 punti in Italiano e 4,68 in Matematica) perché nel primo caso la variazione della variabile indipendente corrisponde a un singolo punto, mentre nel secondo corrisponde a una unità di deviazione standard: se la variazione del punteggio in II Primaria fosse pari, invece che a un punto, a una deviazione standard – che, ricordiamo, è posta a 40 punti – l'aumento del punteggio in V sarebbe di 16 punti in Italiano e di 18,4 punti in Matematica, un effetto maggiore di quello prodotto da ogni altra variabile esplicativa inserita nel modello.

Nel modello 2 sono introdotte, in aggiunta a quelle di primo livello, le variabili di secondo livello: l'interpretazione delle variazioni del punteggio in V associati a una variazione unitaria di tali variabili è analoga a quella già vista per le variabili di primo livello. Ad esempio, se il punteggio medio in II Primaria della scuola aumenta di un punto, il punteggio in V primaria dello studente cresce di 0,15 punti in Italiano e di 0,12 punti in Matematica. Da notare che, essendo il modello additivo, l'aumento va ad aggiungersi a quello prodotto da una medesima crescita in II del punteggio individuale dell'alunno. Come si può constatare, l'effetto più forte è quello generato dalla variazione di una unità di deviazione standard dell'indice socio-economico medio della scuola: 9,31 punti in Italiano e 6,60 in Matematica. Effetti più piccoli, e in tre casi su quattro negativi, sono quelli associati alle altre due variabili relative alla composizione del corpo studentesco della scuola, la percentuale di stranieri e la percentuale di alunni in ritardo sul percorso degli studi. La dimensione della scuola, infine, sembra avere un effetto praticamente nullo.

Le variabili introdotte nei modelli spiegano in Italiano il 30% circa della varianza dei punteggi di V Primaria tra gli alunni all'interno delle scuole e il 19% circa della varianza dei punteggi tra le scuole, mentre in Matematica la quota di varianza spiegata è, rispettivamente, del 35% e del 4% circa. In particolare per la Matematica, la variabilità dei punteggi è data soprattutto dalle differenze tra gli alunni all'interno delle scuole e l'effetto del raggruppamento non sembra avervi un'incidenza rilevante. Inoltre, le variabili relative alla composizione del corpo studentesco della scuola contribuiscono poco a render conto della quota di varianza dovuta a differenze tra i diversi istituti. Questo significa che, per spiegare la varianza tra scuole in Matematica in questo grado scolare, sarebbe necessario ricorrere ad altre variabili (ad esempio, la competenza professionale degli insegnanti) non osservate nell'analisi di cui si sono qui commentati i risultati.

6. I risultati dell'analisi di regressione in III Secondaria di primo grado

La tavola seguente mostra l'effetto delle stesse variabili già considerate in tavola 5 sul punteggio in Italiano e in Matematica ottenuto dagli alunni nelle prove INVALSI di III Secondaria di primo grado.

¹⁰ La categoria assunta come base di riferimento è codificata con 0, la categoria opposta con 1. In questo caso l'alunno di riferimento è: maschio, italiano, in regola con gli studi, non ha frequentato la scuola dell'infanzia, e a casa parla solo Italiano.

Tavola 6: Effetti netti sui punteggi di Italiano e Matematica di III Secondaria di primo grado

	ITALIANO			MATEMATICA		
	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2
Costante	207,58	206,22	121,34	206,32	205,89	107,85
Livello 1						
Punt. Ing_i		0,54***	0,54***		0,59***	0,59***
Femmina		5,43***	5,46***		-1,61***	-1,58***
Immigrato I gen.		-3,49***	-3,09***		-1,20**	-0,90*
Immigrato II gen.		-4,26***	-4,15***		-1,81***	-1,73***
ESCS_i		5,62***	5,66***		5,07***	5,09***
In ritardo		-8,72***	-9,98***		-6,16***	-6,98***
Freq. Sc. infanzia		1,18***	0,99***		1,01***	0,88**
Parla un'altra lingua		-5,05***	-5,01***		-2,58***	-2,53**
Parla dialetto		-3,99***	-3,81***		-4,85***	-4,69***
Livello 2						
Punt.Ing_sc			0,41***			0,48***
Dimensione			0,00			0,00
ESCS_sc			15,28***			16,63***
% stranieri			0,21***			0,32***
% alunni in ritardo			-0,25***			-0,22***
Componenti casuali						
Varianza livello 1	1208,05	718,90	718,87	1286,60	734,80	734,84
Varianza livello 2	145,33	147,29	54,91	220,95	219,64	94,47
ICC	10,7			14,7		
Riduzione v. liv. 1 (%)		40,5	40,5		42,9	42,9
Riduzione v. liv. 2 (%)		-1,3	62,2		0,6	57,2

Legenda: * = p-value < 0,05; ** = p-value < 0,01; *** = p-value < 0,001.

La lettura dei dati riportati nella tavola sopra è la stessa proposta per la tavola 5 e dunque non ripetiamo qui quanto già detto sull'interpretazione da darsi ai valori nelle colonne. Alcuni rilievi ci sembrano tuttavia opportuni. L'effetto del punteggio individuale d'ingresso sul risultato in III Secondaria di primo grado appare più incisivo rispetto a quello osservato nel grado precedente, 0,54 punti in Italiano e 0,59 in Matematica per ogni punto in più del risultato in V Primaria (che divengono 21,6 e 23,6 punti per una unità di deviazione standard). Più forte appare anche, rispetto alla V Primaria, l'effetto del contesto: l'aumento di un punto del punteggio medio d'ingresso nella scuola comporta un aumento di 0,41 punti in Italiano e di 0,48 punti in Matematica nella classe terminale, mentre l'aumento di una deviazione standard dell'indice medio dello *status* socio-economico dell'istituto comporta un aumento di 15,28 e 16,63 punti rispettivamente. La crescita degli effetti contestuali rispetto a quelli che si registrano nella scuola primaria riflette le differenze tra una scuola e l'altra nella composizione del loro corpo studentesco ma anche le differenze di risultato connesse alla collocazione territoriale della scuola, che aumentano progressivamente nel corso dell'itinerario scolastico, in particolare a partire dalla secondaria di primo grado, come attestano i risultati medi grezzi delle varie regioni italiane (INVALSI, 2018). Da uno studio effettuato sui dati campionari relativi al punteggio nella prova di Matematica di III Secondaria di primo grado dell'anno 2017 (Bendinelli e Martini, 2018) si evince che l'introduzione tra le variabili di secondo livello della regione dove la scuola è ubicata assorbe in parte, riducendoli, gli effetti dovuti all'indice medio di *status* e al punteggio medio di Matematica in V Primaria degli alunni dell'istituto. A questo riguardo una notazione merita anche l'effetto positivo associato all'aumento della percentuale di stranieri nella scuola; l'interpretazione che avanziamo di questo dato apparentemente contro-intuitivo è che la quota di stranieri funziona di fatto come fosse una *proxy* della localizzazione della scuola nell'Italia centro-settentrionale, dove si concentra la presenza degli alunni stranieri nel nostro Paese¹¹ e dove la maggiore efficacia del sistema scolastico si traduce in risultati complessivi migliori e, sebbene inferiori a quelli degli studenti italiani, relativamente più alti rispetto a

¹¹ La distribuzione degli alunni stranieri sul territorio italiano è lungi dall'essere uniforme: essa infatti, nel primo ciclo d'istruzione, registra percentuali a due cifre nel Centro e nel Nord, mentre nel Sud è intorno al 3%.

quelli che si osservano nell'Italia meridionale e insulare anche per quanto riguarda gli alunni stranieri. Nello stesso studio sopracitato, quando si inserisce nel modello di regressione la collocazione geografica della scuola, il coefficiente – piccolo ma significativo – associato alla percentuale di stranieri della scuola diviene da positivo negativo.

La quota di varianza tra le scuole sulla varianza totale è nel grado 8 più alta di alcuni punti percentuali rispetto a quella osservata nel grado 5. Da sottolineare, inoltre, che in questo caso le caratteristiche degli studenti spiegano in Italiano il 40% e in Matematica il 43% della varianza tra gli alunni entro le scuole e una percentuale anche maggiore, a differenza di quanto accade in V Primaria, della varianza tra scuole: il 62% e il 52%, rispettivamente, in Italiano e in Matematica.

7. I risultati dell'analisi di regressione in II Secondaria di secondo grado

Nella scuola secondaria di secondo grado, in analogia con la modalità di restituzione dei risultati grezzi alle scuole, queste, ai fini della stima del valore aggiunto, sono state suddivise in 4 categorie, in parte diverse per l'Italiano e la Matematica, come mostra il prospetto seguente.

ITALIANO	MATEMATICA
1) Licei classici e scientifici	1) Licei scientifici
2) Altri licei	2) Altri licei (compresi i licei classici)
3) Istituti Tecnici	3) Istituti Tecnici
4) Istituti Professionali	4) Istituti Professionali

La stima del valore aggiunto è stata effettuata separatamente per ciascuna delle quattro categorie di scuole, e ciò allo scopo di poter comparare tra loro scuole sufficientemente simili per quanto riguarda il curriculum e il monte ore delle materie linguistiche e matematico-scientifiche.

Dalle stime sono stati esclusi, come per i gradi precedenti, gli studenti con valori mancanti nelle variabili d'interesse. Poiché per gli studenti del grado 10 il punteggio d'ingresso in una scuola è il punteggio nelle prove INVALSI del grado 8 sostenute due anni prima, nel 2016¹², l'eliminazione dei soggetti con valori mancanti ha comportato che la popolazione di studenti su cui le analisi di regressione per il calcolo del valore aggiunto sono state effettuate comprende i soli alunni regolari, cioè gli alunni che nella scuola secondaria di secondo grado non hanno ripetuto né la prima né la seconda classe. I ritardatari considerati nelle analisi sono pertanto studenti che hanno accumulato uno o più anni di ritardo nel percorso scolastico precedente.

Nella tavola che segue sono riportate, per ogni tipo di scuola, le percentuali di scuole di cui è stato possibile, in base ai dati disponibili, stimare il valore aggiunto¹³.

Tavola 7: Scuole di cui è stato stimato il valore aggiunto in Italiano e in Matematica per tipo di scuola secondaria di secondo grado

ITALIANO				MATEMATICA			
Licei C. e S.	Altri licei	Tecnici	Professionali	Licei S.	Altri licei	Tecnici	Professionali
95,6%	94,7%	89,9%	94,7%	95,9%	94,4%	90,2%	94,8%

Come si può constatare, la quota delle scuole per cui l'indicatore di valore aggiunto è stato calcolato è assai più alta che non per i gradi 5 e 8. Da notare, tuttavia, che, pur essendo tale quota simile nelle quattro categorie di istituto superiore, la percentuale di studenti eliminati varia a seconda del tipo di scuola in relazione al numero dei ripetenti, la cui frequenza è notoriamente più bassa nei licei e più alta negli istituti tecnici e soprattutto negli istituti professionali. La tavola che segue riporta per ogni categoria di scuola superiore e per ognuna delle due materie testate la percentuale di studenti che sono stati esclusi dalle analisi a causa della mancanza dell'informazione richiesta sulle variabili d'interesse.

¹² Il punteggio di III Secondaria di primo grado ottenuto in anni precedenti il 2016 non è considerato perché il suo utilizzo nelle stime comporterebbe problemi per la differenza di scala tra le prove di anni diversi.

¹³ La soglia fissata per la restituzione alla scuola dell'indicatore di valore aggiunto, come detto in precedenza, è di almeno il 50% di *record* integri.

Tavola 8: Percentuale di studenti eliminati dalle analisi per tipo di scuola

ITALIANO		MATEMATICA	
Licei Classici e Scientifici	12,5%	Licei Scientifici	12,5%
Altri licei	22,0%	Altri licei	19,0%
Istituti Tecnici	27,9%	Istituti Tecnici	27,3%
Istituti Professionali	45,1%	Istituti Professionali	44,5%

Le tavole 9 e 10 riportano invece, per ogni categoria di scuola, la varianza tra gli alunni *entro* le scuole (W: *within*) e *tra* le scuole (B: *between*), i coefficienti intraclassa e, in valore assoluto, il numero di studenti prima e dopo l'eliminazione dei soggetti con valori mancanti.

Tavola 9: Varianza e coefficienti intraclassa dei punteggi di Italiano di II Secondaria di secondo grado prima e dopo eliminazioni

		Varianza intera popolazione	ICC	N	Varianza dopo eliminazioni	ICC	N
Licei C. e S.	W	983,67	22,0%	144.190	940,44	19,9%	126.179
	B	277,91			233,86		
Altri licei	W	954,70	21,6%	110.899	886,51	20,6%	86.543
	B	262,46			230,51		
Tecnici	W	974,07	20,9%	146.014	902,69	20,8%	105.293
	B	257,95			237,70		
Professionali	W	961,24	14,8%	80.053	861,70	16,4%	43.933
	B	167,32			169,13		

Tavola 10: Varianza e coefficienti intraclassa dei punteggi di Matematica di II Secondaria di secondo grado prima e dopo eliminazioni

		Varianza intera popolazione	ICC	N	Varianza dopo eliminazioni	ICC	N
Licei S.	W	1106,59	31,8%	114.734	1079,99	30,8%	100.400
	B	516,75			481,46		
Altri licei	W	823,44	29,1%	138.570	805,92	28,7%	112.294
	B	338,68			324,89		
Tecnici	W	822,48	31,2%	144.791	799,03	31,5%	105.247
	B	373,06			366,51		
Professionali	W	602,08	19,7%	79.095	543,51	21,1%	43.895
	B	147,32			144,89		

Come per i gradi precedenti, il primo passo nella procedura di stima del valore aggiunto è consistito nel calcolare l'effetto esercitato dalle caratteristiche degli studenti, a livello individuale e aggregato, sulla variabile dipendente. La tavola che segue mostra i risultati dell'analisi di regressione sui punteggi di Italiano nei licei classici e scientifici da una parte e nei licei di altro tipo dall'altra.

Tavola 11: Effetti netti sui punteggi di Italiano nella seconda classe dei licei

	LICEI CLASSICI E SCIENTIFICI			ALTRI LICEI		
	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2
Costante	220,06	220,97	50,41	204,43	204,90	45,59
Livello 1						
Punt. Ing_i		0,39***	0,39***		0,45***	0,45***
Femmina		0,55**	0,56***		0,84***	0,84***
Immigrato I gen.		-3,68***	-3,47***		-4,10***	-3,99***
Immigrato II gen.		-2,17***	-2,08***		-4,16***	-4,09***
ESCS_i		1,66***	1,66***		0,98***	0,99***
Ritardo		-3,87***	-5,03***		-4,53***	-4,98***
Freq. Sc. infanzia		3,59***	3,77***		1,97***	2,25***
Altra lingua		-7,21***	-7,21***		-5,48***	-5,45***
Dialetto		-3,94***	-3,86***		-3,62***	-3,53***
Livello 2						
Punt.Ing._sc			0,78***			0,78***
Dimensione			-0,01*			0,00
ESCS_sc			7,18***			8,00***
% stranieri			-0,04			-0,13**
% ritardatari			-0,04			0,00
% femmine			0,03*			0,07***
% ass. alla prova			-0,29***			-0,30***
Componenti casuali						
Varianza livello 1	940,44	737,83	737,99	886,51	655,00	656,02
Varianza livello 2	233,86	239,72	67,68	230,51	235,70	48,73
ICC	19,9			20,6		
Riduzione v. liv. 1 (%)		21,5	21,5		26,1	26,0
Riduzione v. liv. 2 (%)		-2,5	71,8		-2,2	78,9

Legenda: * = p-value < 0,05; ** = p-value < 0,01; *** = p-value < 0,001.

Sui risultati dell'analisi di regressione riassunti nella tavola sopra sono opportune alcune notazioni. Innanzitutto, la componente di variabilità tra le scuole, nonostante si tratti di istituti teoricamente dello stesso tipo, è del 20% circa, il doppio di quella che si osservava nella scuola primaria e secondaria di primo grado. Ritorna qui l'osservazione già fatta nel paragrafo 6 circa la crescita della variabilità dei risultati connessa alle differenze nel rendimento scolastico tra le varie zone dell'Italia via via che si procede nel percorso degli studi.

Per quanto concerne il peso esercitato dalle variabili individuali sulla variabile dipendente, è da rilevare che la differenza di genere in Italiano è di circa mezzo punto nei licei classici e scientifici e poco più alta negli altri tipi di liceo, in entrambi i casi notevolmente più bassa rispetto a quella che si registrava nei gradi precedenti e, come si può vedere dalle tavole che seguono, minore di quella che si osserva negli istituti tecnici e professionali. Il dato è coerente con quanto già sottolineato nel Rapporto sui risultati delle rilevazioni 2018 (INVALSI, cap. 3, pag.19), dove, a proposito delle differenze di genere nelle prove INVALSI, si afferma che "passando dai licei agli istituti tecnici e quindi agli istituti professionali, il vantaggio delle femmine sui maschi in Italiano - inesistente nei licei - tende a crescere, mentre l'inverso succede in Matematica, dove il vantaggio dei maschi è massimo nei licei e minimo negli istituti professionali". Per l'interpretazione di questo fenomeno si rinvia al Rapporto sopra citato.

Lo *status* socio-economico dello studente ha un effetto limitato sul punteggio al grado 10 (1-2 punti per l'aumento di una unità di deviazione standard), mentre decisamente più rilevante è in questo grado scolare l'effetto del punteggio di Italiano all'ingresso (15,6 punti nei licei classici e scientifici e 18 punti negli altri licei per l'aumento di una unità di deviazione standard del punteggio in terza Secondaria di primo grado).

Consistenti sono anche gli effetti contestuali associati all'aumento del punteggio medio d'ingresso e dello *status* socio-economico medio degli studenti della scuola: il punteggio di Italiano al grado 10 dello

studente cresce quasi nella stessa proporzione con cui varia il punteggio medio degli alunni della scuola al grado 8 (1 punto ogni 0,78 punti), mentre l'aumento di una deviazione standard dell'ESCS medio comporta una crescita di 7 e 8 punti, rispettivamente, nei licei classici e scientifici e negli altri licei. Assai più ridotti, e a volte non significativi, sono invece gli effetti connessi alla percentuale di stranieri, ritardatari e femmine della scuola; un po' più accentuato, infine, è l'effetto negativo dovuto alla percentuale di assenti alla prova dell'istituto.

Le variabili introdotte nei modelli spiegano dal 22% al 26% della varianza tra gli alunni entro le scuole, e una quota molto più alta, dal 72% al 79%, della varianza tra le scuole.

Nella tavola seguente sono riportati i coefficienti della regressione sul punteggio di Matematica dei licei.

Tavola 12: Effetti netti sui punteggi di Matematica nella seconda classe dei licei

	LICEI SCIENTIFICI			ALTRI LICEI		
	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2
Costante	229,27	230,13	18,96	194,18	195,28	26,41
Livello 1						
Punt. Ing_i		0,46***	0,46***		0,45***	0,45***
Femmina		-3,50***	-3,49***		-3,09***	-3,08***
Immigrato I gen.		-1,52*	-1,41*		-2,55***	-2,49***
Immigrato II gen.		-1,58**	-1,53**		-2,29***	-2,26***
ESCS_i		0,98***	0,97***		0,99***	1,00***
Ritardo		-4,57***	-5,20***		-2,17***	-2,47***
Freq. Sc. infanzia		3,94***	3,94***		2,51***	2,56***
Altra lingua		-7,28***	-7,29***		-5,62***	-5,61***
Dialetto		-3,66***	-3,57***		-3,71***	-3,62***
Livello 2						
Punt.Ing_sc			0,96***			0,85***
Dimensione			-0,01*			-0,01
ESCS_sc			4,72***			6,87***
% stranieri			-0,03			-0,08
% ritardatari			-0,08			0,15***
% femmine			0,10***			0,04*
% ass. alla prova			-0,29***			-0,26***
Componenti casuali						
Varianza livello 1	10780,00	793,92	794,29	805,92	571,17	571,94
Varianza livello 2	481,46	487,12	137,25	324,89	326,39	113,96
ICC	30,8			28,7		
Riduzione v. liv. 1 (%)		26,5	26,5		29,1	29,0
Riduzione v. liv. 2 (%)		-1,2	71,5		-0,5	64,9

Legenda: * = p-value < 0,05; ** = p-value < 0,01; *** = p-value < 0,001.

A parte l'effetto dell'essere di genere femminile, che in Matematica comporta una diminuzione del punteggio di 3,5 punti circa nei licei scientifici e di 3 punti negli altri licei, gli effetti delle altre variabili, sia di livello 1 che di livello 2, hanno segno analogo a quello già osservato per l'Italiano. Da notare che, rispetto a questa disciplina, in Matematica l'effetto dell'ESCS, a livello individuale e aggregato, si riduce, mentre cresce l'effetto associato al punteggio conseguito dallo studente nel grado 8, in particolare al secondo livello, dove l'aumento del punteggio in seconda superiore conseguente all'aumento del punteggio medio degli studenti all'ingresso è nei licei scientifici quasi di uno a uno.

La quota di varianza tra gli alunni entro le scuole spiegata dai modelli è del 27% e la quota spiegata di varianza tra le scuole è del 72% nei licei scientifici, mentre negli altri licei la varianza spiegata è rispettivamente del 29% e del 65%.

Le due tavole che seguono mostrano i coefficienti della regressione sul punteggio di Italiano e Matematica negli istituti tecnici (tavola 13) e negli istituti professionali (tavola 14).

Tavola 13: Effetti netti sui punteggi di Italiano e Matematica nella seconda classe degli istituti tecnici

	ITALIANO			MATEMATICA		
	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2
Costante	189,51	190,36	31,80	194,06	194,85	23,67
Livello 1						
Punt. Ing_i		0,49***	0,49***		0,46***	0,46***
Femmina		1,97***	1,96***		-3,21***	-3,19***
Immigrato I gen.		-2,91***	-2,86***		-0,92*	-0,90*
Immigrato II gen.		-3,60***	-3,54***		-1,81***	-1,76***
ESCS_i		0,41***	0,40***		-0,24**	-0,24**
Ritardo		-4,09***	-4,07***		-3,32***	-3,29***
Freq. Sc. infanzia		2,11***	2,19***		2,31***	2,30***
Altra lingua		-5,29***	-5,28***		-5,31***	-5,32***
Dialetto		-3,94***	-3,86***		-3,06***	-2,99***
Livello 2						
Punt.Ing._sc			0,86***			0,92***
Dimensione			0,01***			0,01
ESCS_sc			3,41***			1,96
% stranieri			-0,03			-0,08*
% ritardatari			0,00			0,12***
% femmine			0,02**			-0,02
% ass. alla prova			-0,29***			-0,34***
Componenti casuali						
Varianza livello 1	902,69	667,00	669,07	799,03	572,47	574,10
Varianza livello 2	237,70	237,55	70,17	366,51	369,64	122,29
ICC	20,8			31,5		
Riduzione v. liv. 1 (%)		26,1	25,9		28,4	28,2
Riduzione v. liv. 2 (%)		0,06	70,5		-0,9	66,6

Legenda: * = p-value < 0,05; ** = p-value < 0,01; *** = p-value < 0,001.

Tavola 14: Effetti netti sui punteggi di Italiano e Matematica nella seconda classe degli istituti professionali

	ITALIANO			MATEMATICA		
	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 0	Mod. 1	Mod. 2
Costante	169,23	169,07	63,63	171,33	171,75	120,21
Livello 1						
Punt. Ing_i		0,45***	0,45***		0,32***	0,32***
Femmina		3,42***	3,40***		-2,70***	-2,69***
Immigrato I gen.		-4,53***	-4,51***		-2,76***	-2,77***
Immigrato II gen.		-4,61***	-4,55***		-3,45***	-3,43***
ESCS_i		0,63***	0,64***		0,24*	0,25*
Ritardo		-4,07***	-3,95***		-3,08***	-2,99***
Freq. Sc. infanzia		2,61***	2,58***		1,93***	1,82***
Altra lingua		-3,71***	-3,71***		-2,34***	-2,37***
Dialetto		-2,78***	-2,66***		-2,25***	-2,18***
Livello 2						
Punt.Ing_sc			0,63***			0,34***
Dimensione			0,01			0,01
ESCS_sc			7,11***			8,17***
% stranieri			-0,01			-0,02
% ritardatari			0,07**			0,08**
% femmine			0,08***			-0,01
% ass. alla prova			-0,34***			-0,34***
Componenti casuali						
Varianza livello 1	861,70	660,30	661,46	543,51	447,73	448,3
Varianza livello 2	169,13	168,54	82,23	144,89	146,12	100,19
ICC	16,4			21,1		
Riduzione v. liv. 1 (%)		23,4	23,2		17,6	17,5
Riduzione v. liv. 2 (%)		0,0	51,4		-0,9	30,8

Legenda: * = p-value < 0,05; ** = p-value < 0,01; *** = p-value < 0,001.

Valgono per gli istituti tecnici osservazioni simili a quelle già fatte per i licei. Si noti che in questo tipo di istituti l'effetto dell'indice ESCS medio della scuola non raggiunge in Matematica la soglia di significatività dello 0,05.

Negli istituti professionali gli effetti delle variabili esplicative sulla variabile dipendente sono analoghi a quelli registrati per gli altri tipi di scuole, ma la variabilità spiegata sia di livello 1 che di livello 2 è minore, in particolare per quanto riguarda la Matematica.

8. Il valore aggiunto delle scuole

Prima di proseguire, è il caso di cercare di sintetizzare quanto emerge dalle analisi di regressione effettuate sul punteggio nelle prove di Italiano e Matematica del grado 5, 8 e 10.

Tra le variabili socio-demografiche di primo livello, l'essere di genere femminile ha, a parità delle altre condizioni, un effetto positivo sul risultato della prova di Italiano e un effetto negativo su quello della prova di Matematica. Com'era da attendersi, l'aumento dell'indice di *status* socio-economico-culturale della famiglia dello studente esercita un effetto positivo sui risultati nelle prove INVALSI, ma tale effetto si riduce passando dal primo ciclo d'istruzione alla scuola secondaria di secondo grado. Hanno invece un effetto negativo, più o meno pronunciato, l'essere d'origine immigrata e il parlare a casa una lingua diversa dall'Italiano o il dialetto.

Per quanto concerne le caratteristiche degli studenti dal punto di vista prettamente scolastico, l'essere in ritardo sul regolare percorso degli studi ha un effetto negativo, mentre un effetto positivo ha l'aver frequentato la scuola dell'infanzia. La crescita del punteggio pregresso di Italiano o Matematica incide positivamente sul punteggio nei due ambiti conseguito al termine della scuola primaria, della secondaria di primo grado e del biennio della secondaria di secondo grado. In generale, è questa la

variabile individuale che influisce maggiormente sulla variabile dipendente, con un peso via via crescente man mano che si procede nel corso dell'itinerario scolastico del I ciclo.

Al secondo livello, il punteggio medio all'ingresso e lo *status* socio-economico medio degli alunni dell'istituto hanno un forte effetto positivo in tutti e tre i gradi scolari analizzati e in entrambi gli ambiti disciplinari. Anche in questo caso, passando dal primo al secondo ciclo d'istruzione, aumenta l'effetto della prima variabile e diminuisce quello della seconda. Il contesto scolastico definito dall'aggregazione di queste due variabili si rivela, come documentato dalla letteratura sul tema, a partire dai periodici rapporti sugli esiti dell'indagine PISA (OECD, 2010, Vol. II), un forte predittore del risultato degli studenti in ogni grado scolastico. Le altre variabili relative alla composizione del corpo studentesco della scuola (la percentuale di studenti d'origine immigrata, di alunni in ritardo e di ragazze) hanno effetti piccoli e spesso non significativi, così come la dimensione dell'istituto, mentre ha un effetto sempre negativo la percentuale di studenti assenti alla prova. Da rilevare, per chiudere, che la quota di varianza tra le scuole spiegata dalle caratteristiche degli studenti, a livello individuale e aggregato, cresce costantemente nel corso dell'itinerario scolastico, in particolare nel passaggio dalla scuola primaria alla scuola secondaria.

Il valore aggiunto è rappresentato dall'effetto casuale u_{0j} che riflette la deviazione a livello scuola dalla media generale. Per stimare il valore aggiunto delle scuole si utilizza l'*Empirical Best Linear Unbiased Predictor* (EBLUP) pari alla differenza tra il punteggio predetto e la stima della componente fissa.¹⁴

Una volta calcolato il valore aggiunto, questo, sulla base della deviazione standard dalla media (eguale a zero), sono suddivisi in cinque categorie ordinate: la prima categoria (VA positivo) comprende le scuole il cui residuo raggiunge o supera le due deviazioni standard dalla media, la seconda categoria (VA leggermente positivo) include le scuole il cui residuo è compreso tra una e due deviazioni standard dalla media, la terza categoria (VA nella media) comprende le scuole il cui residuo si colloca fra +1 e -1 deviazione standard dalla media; in modo simmetrico alle prime due categorie, sono definite la quarta e la quinta categoria, quelle delle scuole con valore aggiunto leggermente negativo e negativo.

Le tavole seguenti mostrano, per il primo e secondo ciclo d'istruzione, la distribuzione percentuale delle scuole appartenenti alle cinque categorie a livello nazionale.

Tavola 15: Distribuzione % delle scuole per categoria di valore aggiunto - Italia - I ciclo

	ITALIANO					MATEMATICA				
	++	+	=	-	--	++	+	=	-	--
Grado 5	1,8	11,6	73,2	10,4	2,9	3,1	12,7	70,5	11,5	2,2
Grado 8	2,0	15,2	69,1	10,8	3,0	2,2	14,6	69,4	11,2	2,5

¹⁴ Per modelli lineari con intercetta casuale stimati su popolazione l'EBLUP corrisponde al predittore *Empirical Bayes* (EB) pari al prodotto fra i residui grezzi, le differenze fra il valore osservato del punteggio e il valore predetto della componente fissa del modello, e un fattore di *shrinkage*, che prende in considerazione non solo la struttura di varianza e covarianza dei dati, ma anche la dimensione delle singole scuole (A. Skrondal and S. Rabe-Hesketh, 2009). L'EB consente di schiacciare i residui verso la media di popolazione con una intensità diversa a seconda della dimensione della scuola e previene, quindi, il rischio di assegnare accidentalmente a una scuola una posizione di testa o di coda nella graduatoria dei punteggi di valore aggiunto.

Tavola 16: Distribuzione % delle scuole per categoria di valore aggiunto - Italia - Il ciclo (grado 10)

	ITALIANO					MATEMATICA				
	++	+	=	-	--	++	+	=	-	--
Licei C. e S.	1,3	12,2	73,1	10,1	3,4	-	-	-	-	-
Licei S.	-	-	-	-	-	2,5	11,5	73,2	10,4	2,4
Altri licei	1,6	12,8	71,0	10,9	3,7	2,6	11,4	71,1	12,9	2,1
Tecnici	1,4	12,1	71,5	11,8	3,2	2,5	11,3	71,0	13,6	1,6
Professionali	1,9	12,4	70,0	13,2	2,5	3,3	10,6	70,7	14,3	1,1

Come si può constatare, in tutti i gradi di scuola e sia in Italiano che in Matematica, la categoria che registra la percentuale più alta è quella di mezzo, dove si trovano le scuole il cui indicatore di valore aggiunto non si differenzia in maniera significativa dalla media; per contro, le due categorie estreme comprendono una percentuale bassa di istituti, specie quella delle scuole con valore aggiunto positivo. Ciò vuol dire che la grande maggioranza delle scuole consegue i risultati che era prevedibile ottenesse tenuto conto delle caratteristiche dei suoi alunni e solo una minoranza di esse si discosta in senso positivo o negativo dal valore medio. È anche il caso di sottolineare che la categoria di valore aggiunto in cui una scuola si classifica non è necessariamente la stessa per l'Italiano e per la Matematica (vedi Appendice 2).

I grafici alle pagine successive rappresentano la distribuzione percentuale delle scuole appartenenti alle cinque categorie per ognuna delle macro-aree in cui è suddiviso il territorio italiano.

Come si può vedere dai grafici, in primo luogo anche in questo caso, in tutte le aree e in ognuno dei due ambiti disciplinari, la categoria più popolata è quella intermedia (colonna in verde).

In secondo luogo, nella scuola primaria il numero di scuole con valore aggiunto positivo o leggermente positivo nel Sud e nel Sud e Isole raggiunge o supera in percentuale il numero di scuole della stessa categoria del Nord e del Centro, ma risulta anche più alta la percentuale di scuole con valore aggiunto leggermente negativo o negativo. Nella scuola primaria, il meridione e le isole si caratterizzano dunque, rispetto all'Italia settentrionale e centrale, per una tendenza alla polarizzazione tra scuole che conseguono risultati superiori e scuole che conseguono risultati inferiori a quelli che si potevano predire in base alle caratteristiche dei loro studenti.

Nella scuola secondaria di primo grado, il quadro appare in parte mutato: il numero di scuole con valore aggiunto leggermente positivo o positivo nel Nord e nel Centro (in particolare nel Nord Ovest) supera in percentuale quello delle analoghe scuole del Sud e del Sud e Isole, mentre al contempo cresce in queste aree, rispetto alla V Primaria, la percentuale di scuole con valore aggiunto leggermente negativo o negativo, specie nel Sud e Isole.

Nella scuola secondaria di secondo grado, il quadro sopra delineato tende a riprodursi in misura maggiore o minore a seconda del tipo di scuola considerato. Da notare che in questo grado scolastico, nel Centro, la percentuale di scuole delle prime due categorie è simile, e a volte inferiore, a quella che si registra nel Sud e nel Sud e Isole. Ciò che differenzia queste due aree dal Centro e ancor più dalle due aree del Nord è la presenza di una percentuale di scuole con valore aggiunto leggermente negativo o negativo maggiore di quella che si riscontra altrove, in particolare nell'istruzione tecnica e professionale.

Concludendo, con uno sguardo d'insieme, si può affermare che nel meridione e nelle isole non mancano in ogni grado scolastico scuole efficaci al pari di quelle del resto d'Italia, accanto alle quali sussistono però scuole scarsamente efficaci in misura superiore a quanto si osserva nelle regioni centrali e settentrionali del Paese; in altre parole, la tendenza a una polarizzazione fra istituti di un genere e dell'altro è il tratto che contraddistingue, complessivamente, la situazione del sistema scolastico nel mezzogiorno d'Italia.

Figura 3. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Italiano - V Primaria.

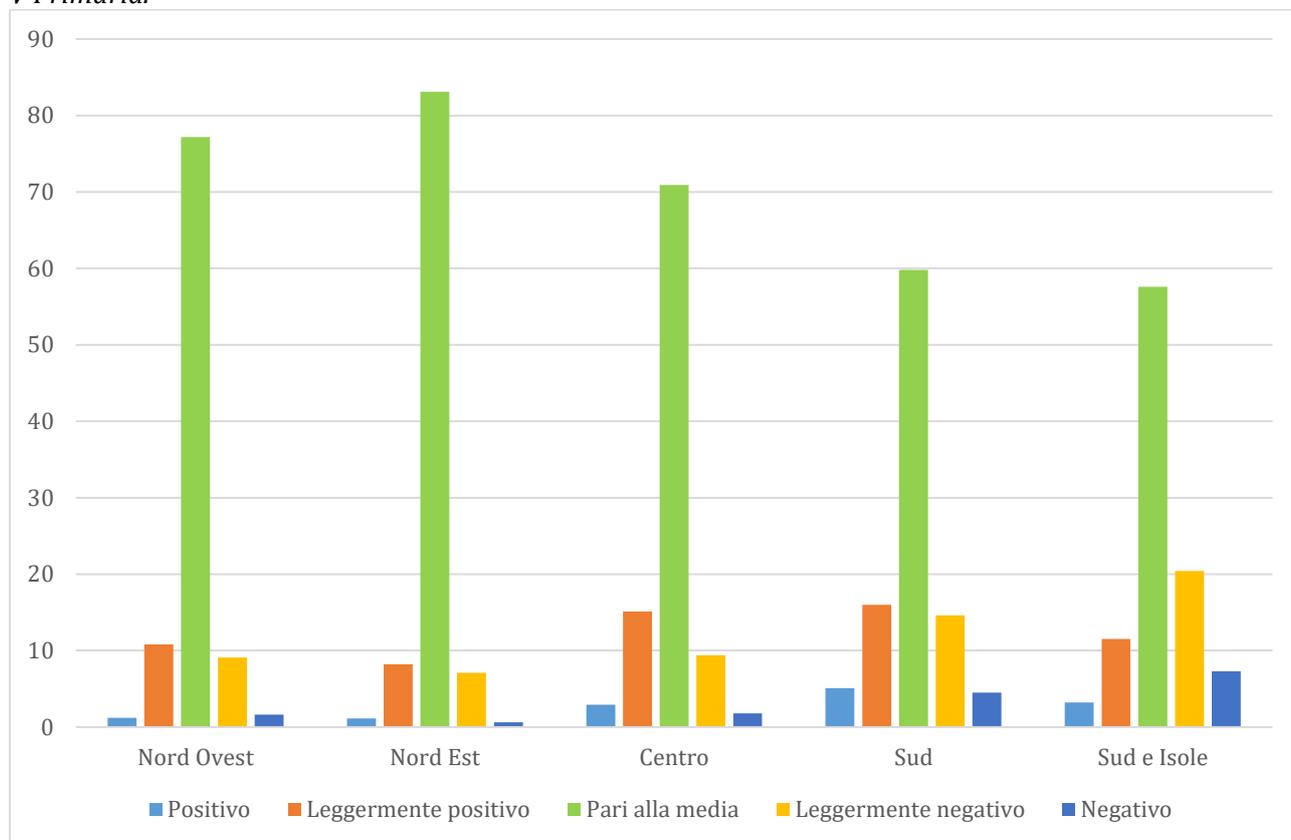


Figura 4. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Matematica - V Primaria.

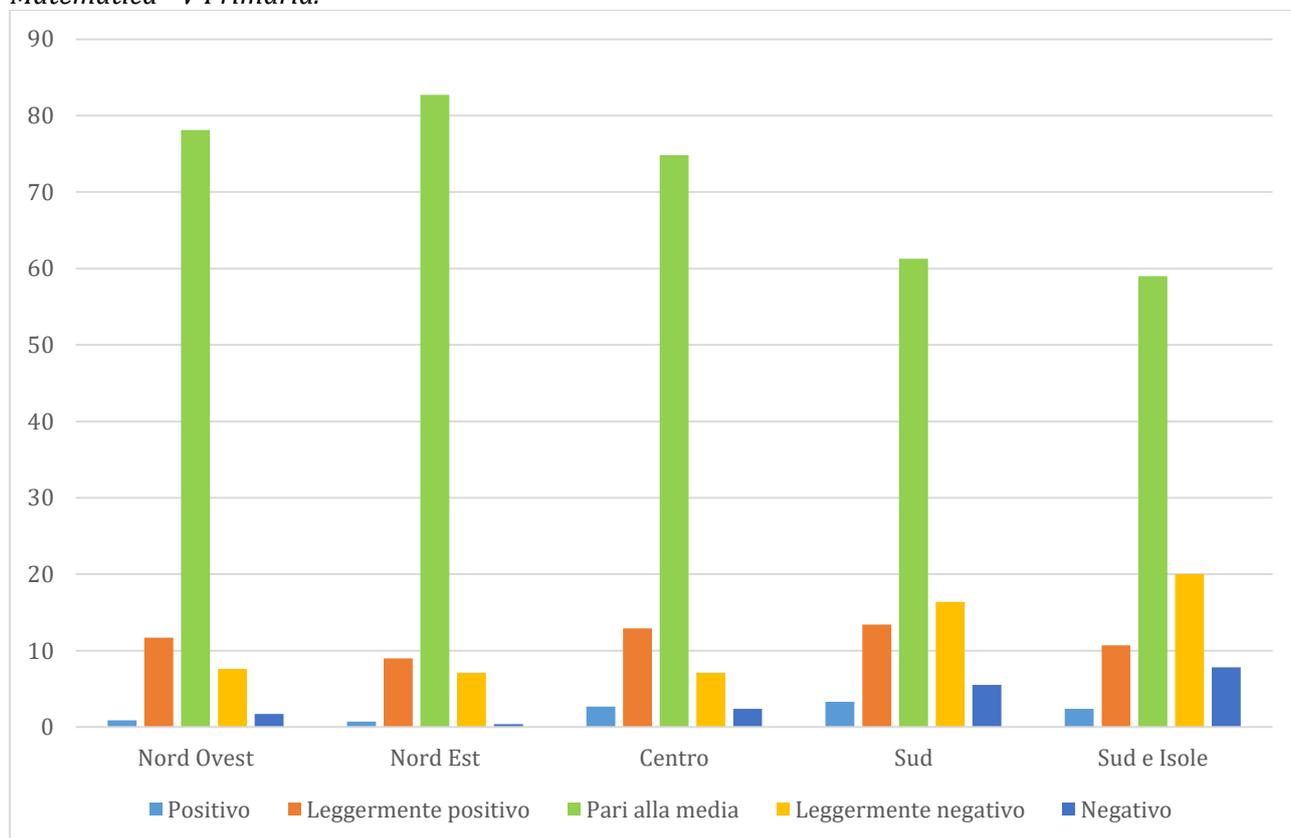


Figura 5. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Italiano - III secondaria di primo grado.

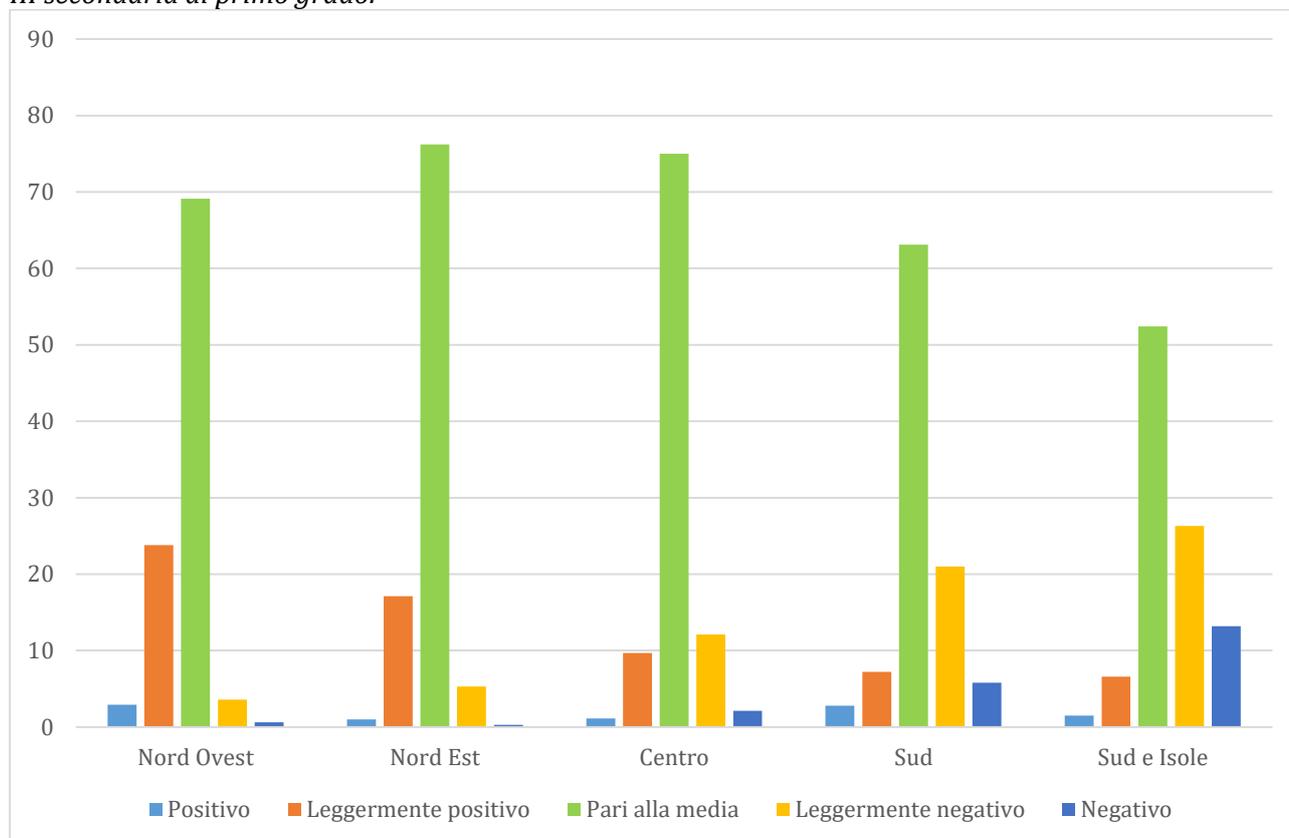


Figura 6. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Matematica - III secondaria di primo grado.

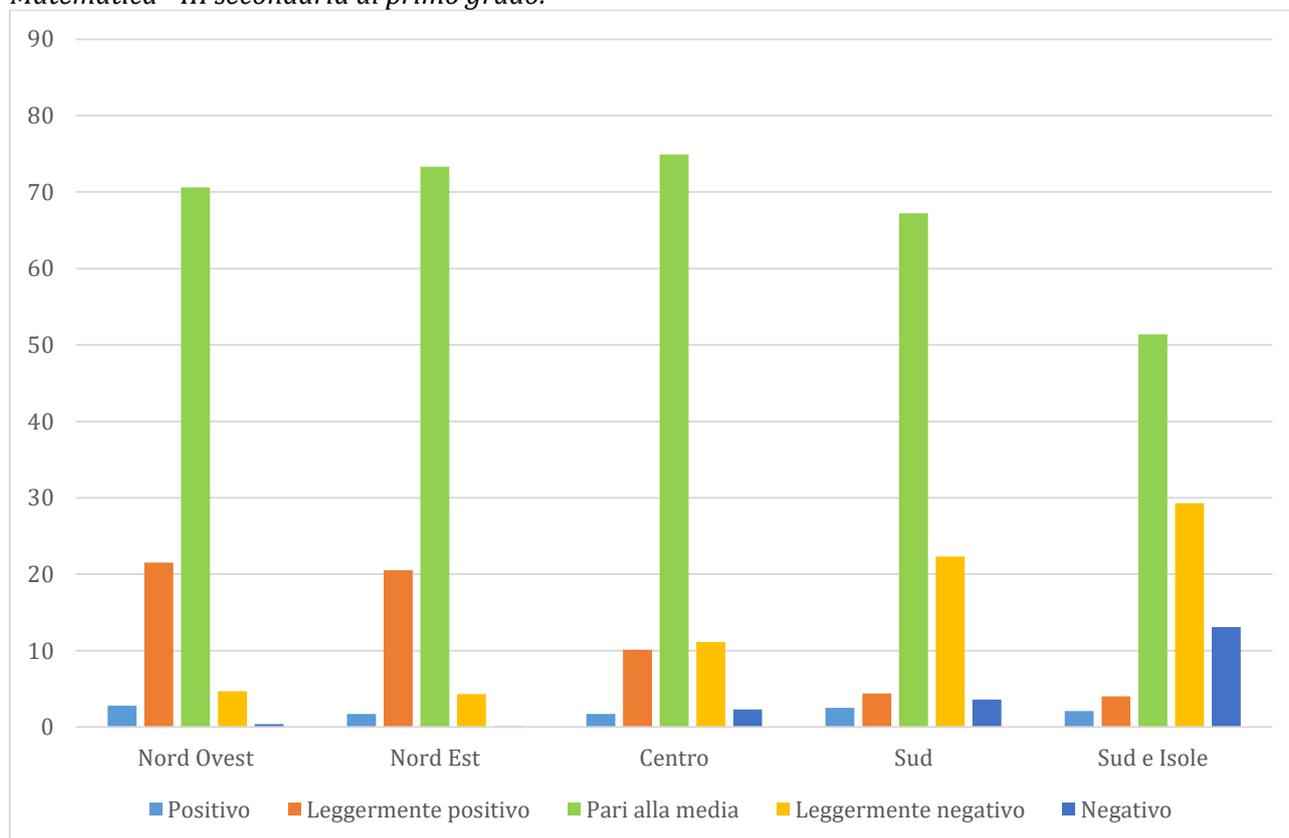


Figura 7. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Italiano - II Secondaria di secondo grado, Licei Classici e Scientifici

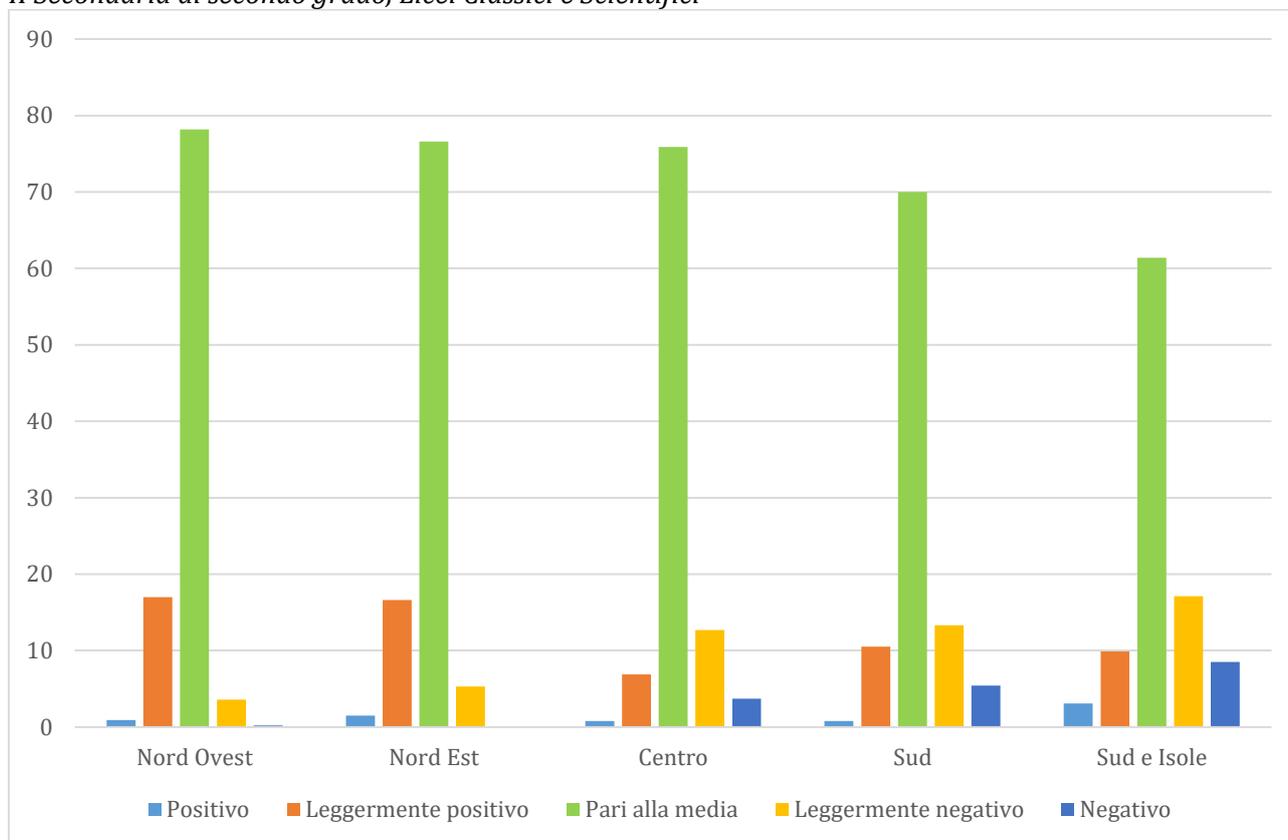


Figura 8. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Matematica - II Secondaria di secondo grado, Licei Scientifici

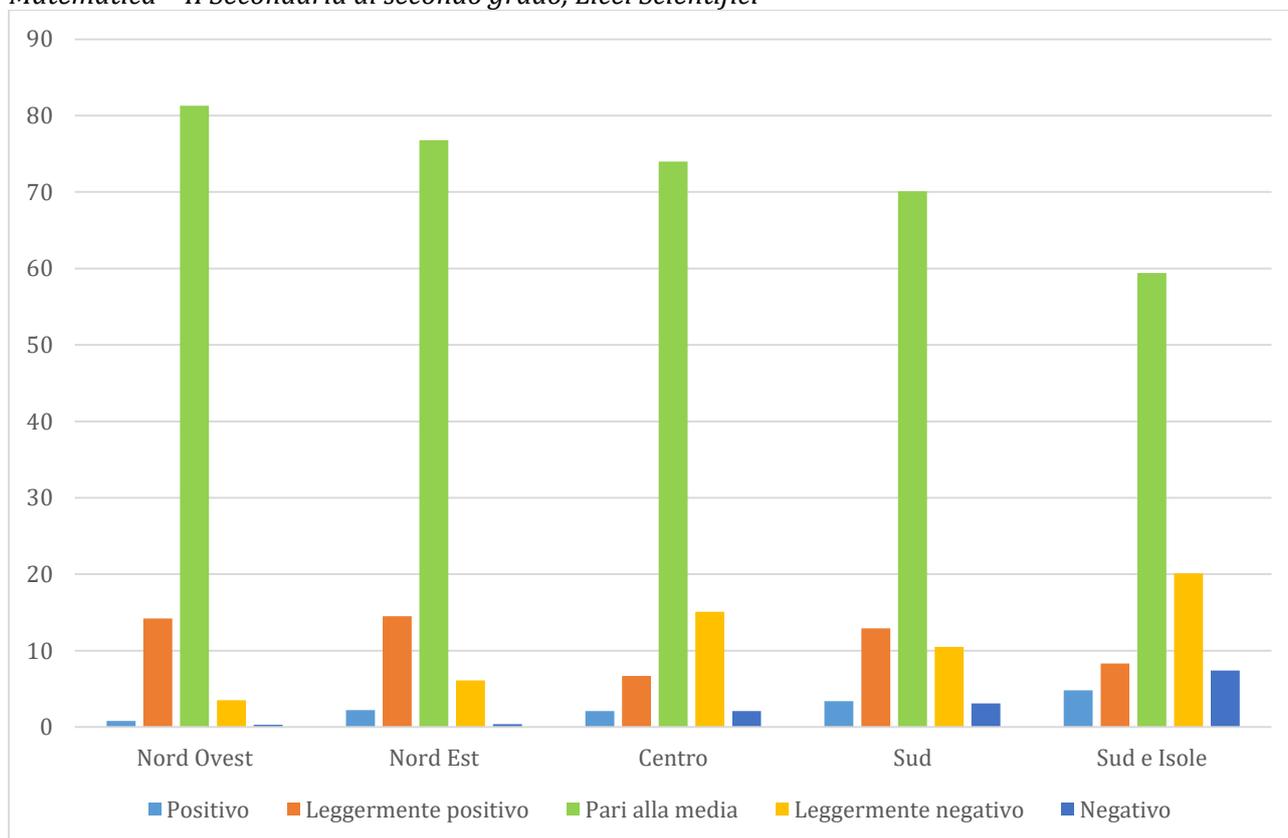


Figura 9. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Italiano - II Secondaria di secondo grado, Altri licei

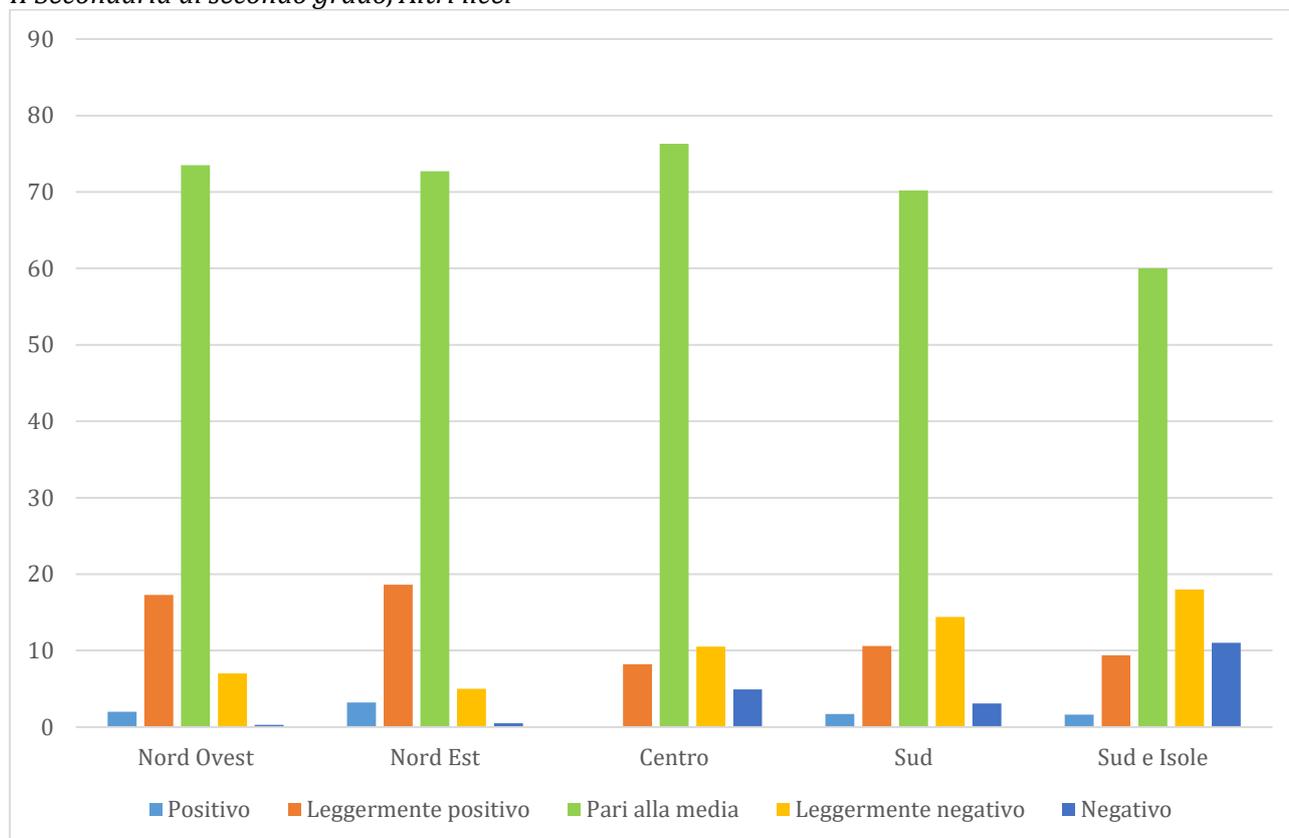


Figura 10. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Matematica - II Secondaria di secondo grado, Altri licei (licei non scientifici).

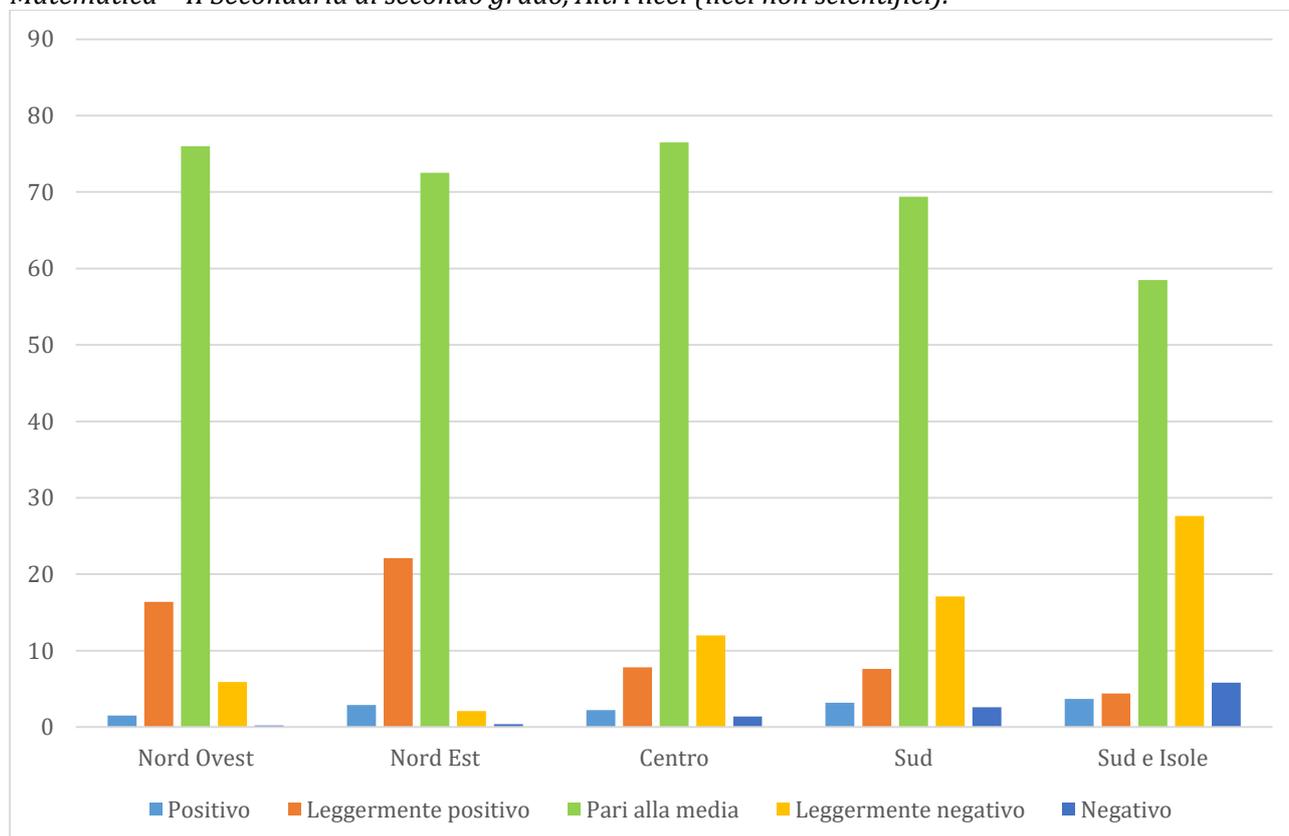


Figura 11. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Italiano - Il Secondaria di secondo grado, Istituti Tecnici

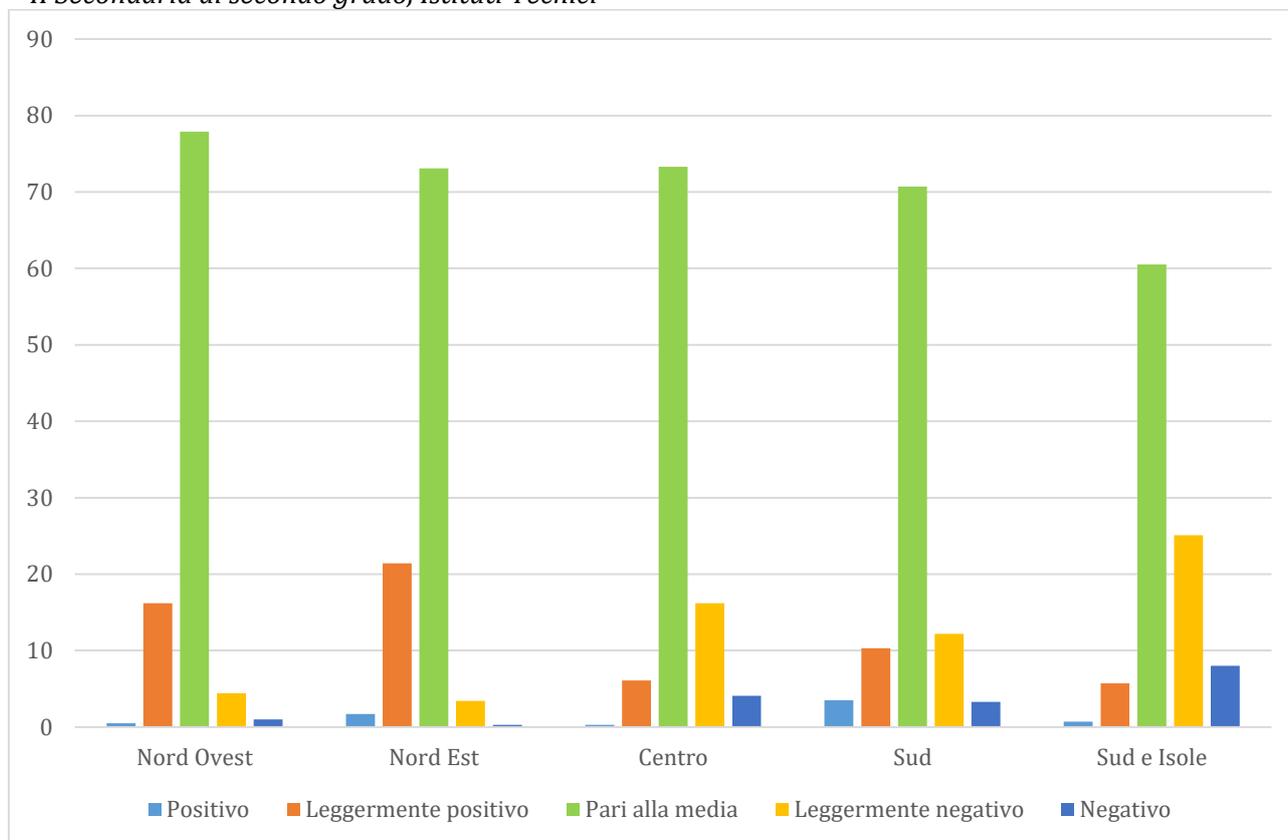


Figura 12. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Matematica - Il Secondaria di secondo grado, Istituti Tecnici

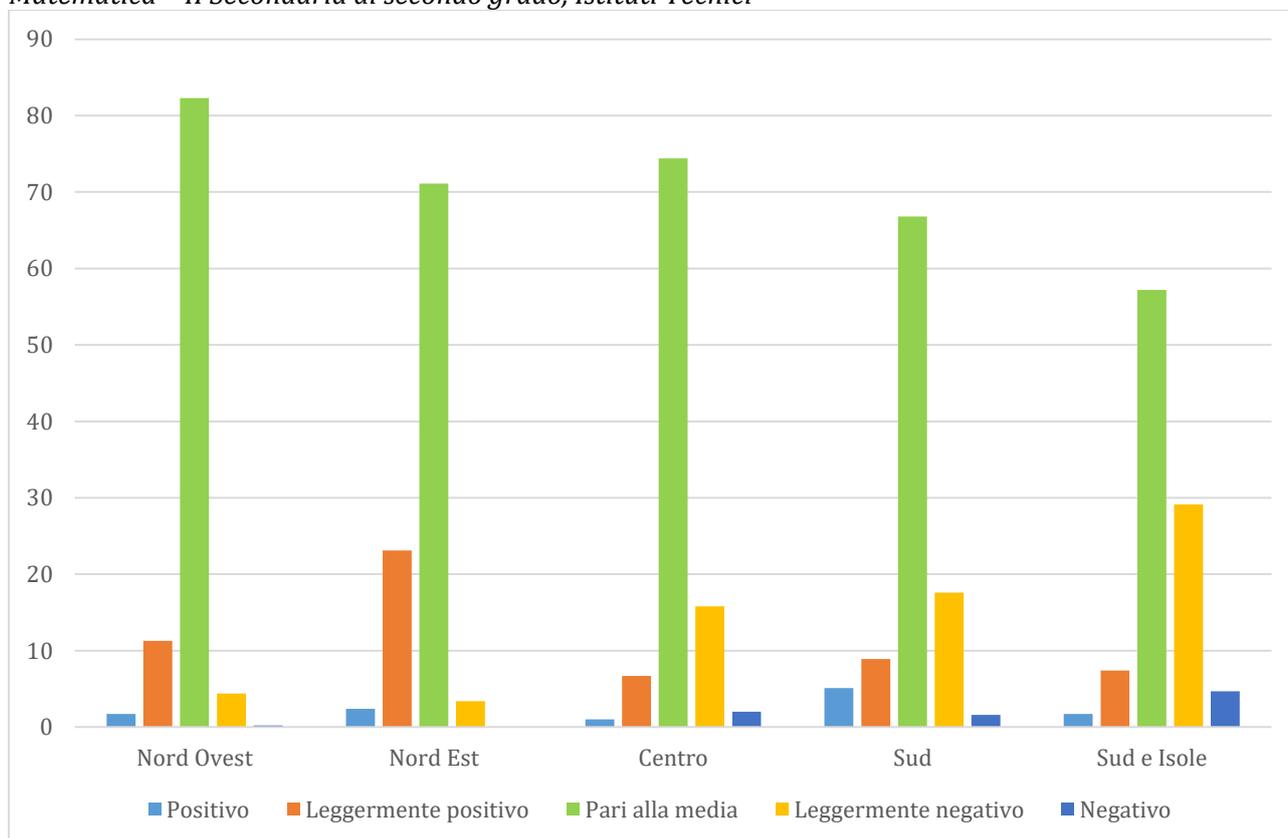


Figura 13. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Italiano - II Secondaria di secondo grado, Istituti Professionali

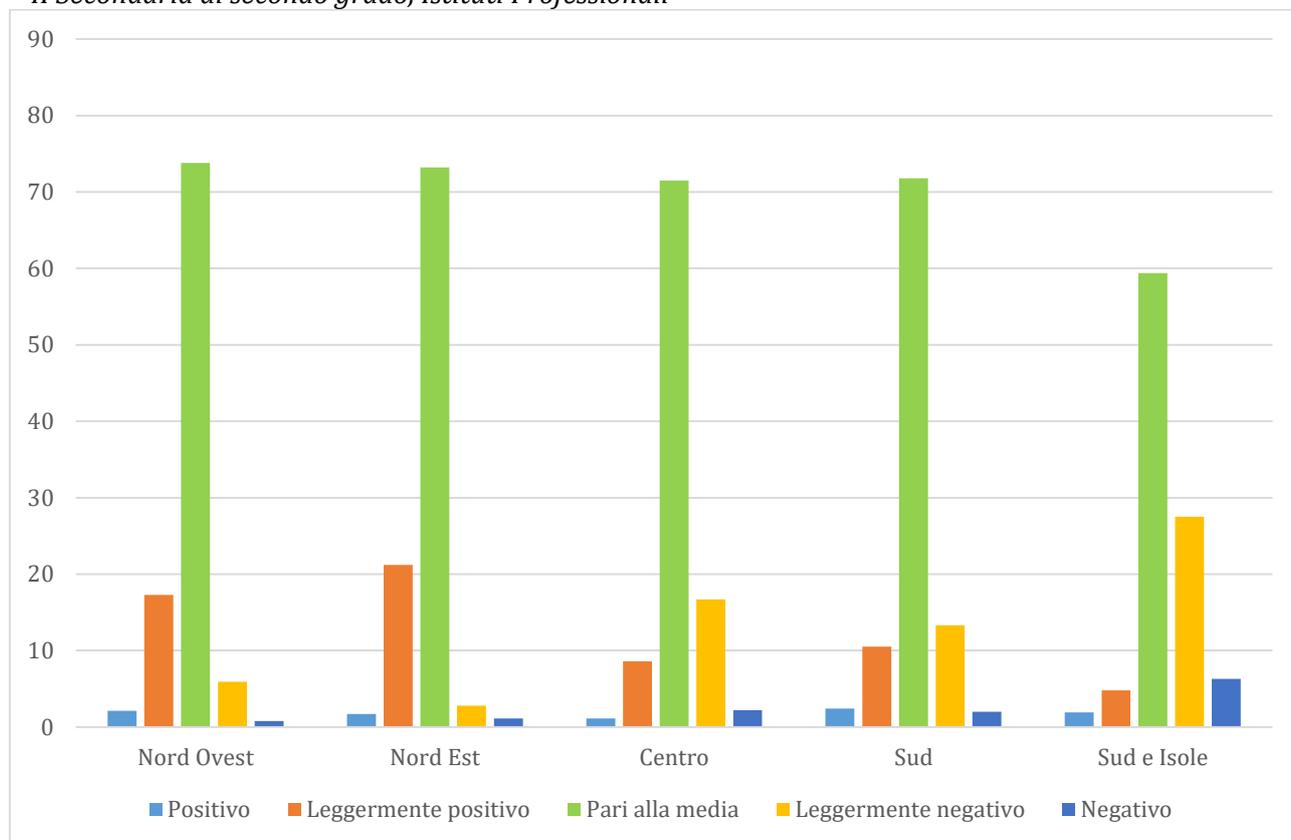
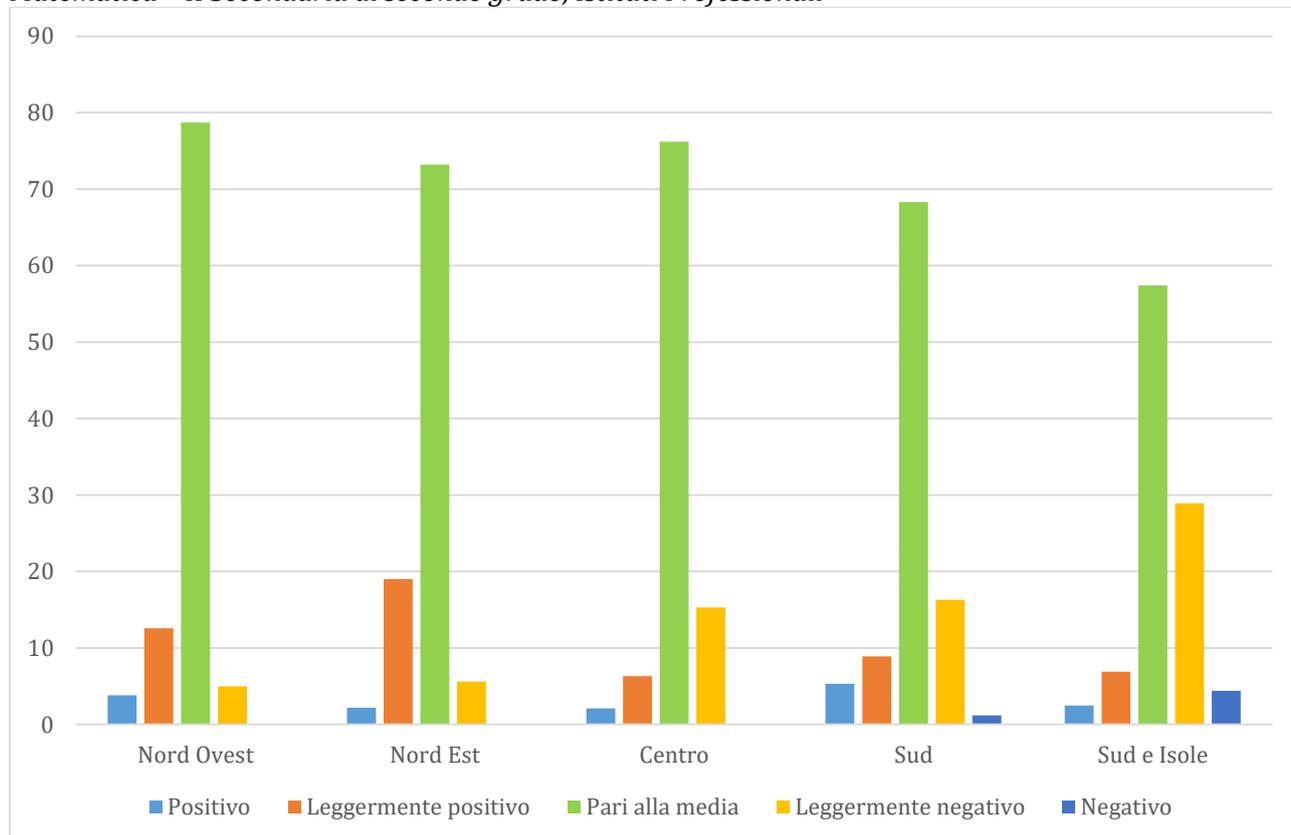


Figura 14. Distribuzione percentuale delle scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - Matematica - II Secondaria di secondo grado, Istituti Professionali



Un'ultima domanda da porre in chiusura è in quale misura varia la posizione delle scuole italiane in una ipotetica graduatoria stilata in base al punteggio grezzo rispetto a una graduatoria costruita in base agli indicatori di valore aggiunto. Per rispondere a questo interrogativo è stato calcolato, per ogni grado scolastico e ogni ambito disciplinare, il coefficiente di correlazione a ranghi (*tau*) di Kendall. Il *tau* di Kendall è una statistica non parametrica che misura il grado di associazione ordinale dei valori di due variabili, o in altre parole, il grado di coincidenza della posizione occupata dai valori della distribuzione ordinata di due variabili. Esso oscilla da +1, nel caso di una totale convergenza dell'ordine di rango dei valori delle due variabili, a -1 nel caso di una completa divergenza.

La tavola che segue mostra il valore del coefficiente *tau* per ogni grado scolastico e ogni ambito disciplinare.

Tavola 17: Coefficiente di correlazione a ranghi della graduatoria delle scuole italiane in base al punteggio grezzo e in base al valore aggiunto.

	ITALIANO	MATEMATICA
	<i>Tau</i> di Kendall	<i>Tau</i> di Kendall
Grado 5	0,62	0,74
Grado 8	0,42	0,49
Grado 10: Licei Classici e Scientifici	0,38	-
Grado 10: Licei Scientifici	-	0,40
Grado 10: altri Licei	0,35	0,46
Grado 10: Istituti Tecnici	0,47	0,50
Grado 10: Istituti Professionali	0,52	0,63

L'ampiezza del coefficiente di correlazione varia in funzione sia del rapporto fra la varianza *between* e la varianza totale (ICC) sia della quantità di varianza tra le scuole spiegata dalle variabili considerate nelle analisi. Come si può vedere dalla tavola, tra i punteggi medi grezzi delle scuole e i punteggi di valore aggiunto permane una relativa associazione, maggiore – coerentemente con gli esiti delle analisi di regressione – nella scuola primaria rispetto alla scuola secondaria di primo e secondo grado. Tutti i coefficienti di correlazione sono comunque inferiori a 1 e questo indica che l'ordinamento delle scuole cambia, in misura più o meno grande, quando si tiene conto dei risultati assoluti oppure degli indicatori di valore aggiunto.

Riferimenti bibliografici

Bendinelli A., Martini A. (2018). "Un esercizio di calcolo del valore aggiunto sulla base dei risultati della prova INVALSI di Matematica 2017", paper presentato alla XI conferenza ESPAnet, Firenze, 13-15 settembre 2018 (submitted)

Bryk A.S., Raudenbush S.W. (2002). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis*, Sage, Thousand Oaks (CA)

Grilli L., Rampichini C. (2009). "Multilevel models for the evaluation of educational institutions: a review", in: M. Bini et al. (eds), *Statistical Methods for the Evaluation of Educational Services and Quality of Products*, cap. 5, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg

Hanushek E.A., Raymond M.E. (2003). "Improving educational quality: how best to evaluate our schools", in Yolanda Kodrzycki (ed.), *Education in the 21st century: meeting the challenges of a changing world*, Federal Reserve Bank of Boston, Boston (MA), pp. 193-224

INVALSI (2018). *Rapporto prove INVALSI 2018*:
http://www.invalsi.it/invalsi/doc_evidenza/2018/Rapporto_prove_INVALSI_2018.pdf

Martini A., Ricci R., "I risultati PISA 2003 degli studenti italiani in matematica: un'analisi multilivello per tipologia di scuola secondaria", *Induzioni*, N. 34, 2007, pp. 73-93

OECD (2008). *Measuring improvements in learning outcomes. Best practices to assess the value-added of schools*, OECD Publishing, Paris

OECD (2010). *PISA 2009 Results: Overcoming Social Background*, Vol. II, OECD Publishing, Paris

Piccolo D. (2010). *Statistica*, Il Mulino, Bologna

Raudenbush S.W. (2004). *Schooling, statistics, and poverty: can we measure school improvement?*, William Angoff Memorial Lectures Series, ETS-Policy Evaluation and Research Center, Princeton (NY)

Sanders W. L., Saxton A. M. e Horn S. P. (1997). "The Tennessee value-added assessment system: A quantitative outcomes-based approach to educational assessment", in: J. Milliam (ed.), *Grading Teachers, Grading schools: Is Student Achievement a Valid Evaluation Measure?*, Corwin Press, Thousand Oaks (CA), pp. 137-162

Skrondal, A., & Rabe-Hesketh, S. (2009). Prediction in multilevel generalized linear models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 172(3), 659-687

Snijders T., Bosker R. (1999). *Multilevel Analysis*, Sage, London

APPENDICE 1

Tavola I: Percentuali di scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area – V Primaria

	ITALIANO					MATEMATICA				
	++	+	=	-	--	++	+	=	-	--
Nord Ovest	1,2	10,8	77,2	9,1	1,6	0,9	11,7	78,1	7,6	1,7
Nord Est	1,1	8,2	83,1	7,1	0,6	0,7	9,0	82,7	7,1	0,4
Centro	2,9	15,1	70,9	9,4	1,8	2,7	12,9	74,8	7,1	2,4
Sud	5,1	16,0	59,8	14,6	4,5	3,3	13,4	61,3	16,4	5,5
Sud e Isole	3,2	11,5	57,6	20,4	7,3	2,4	10,7	59,0	20,0	7,8

Tavola II: Percentuali di scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area – III Secondaria di primo grado

	ITALIANO					MATEMATICA				
	++	+	=	-	--	++	+	=	-	--
Nord Ovest	2,9	23,8	69,1	3,6	0,6	2,8	21,5	70,6	4,7	0,4
Nord Est	1,0	17,1	76,2	5,3	0,3	1,7	20,5	73,3	4,3	0,1
Centro	1,1	9,7	75,0	12,1	2,1	1,7	10,1	74,9	11,1	2,3
Sud	2,8	7,2	63,1	21,0	5,8	2,5	4,4	67,2	22,3	3,6
Sud e Isole	1,5	6,6	52,4	26,3	13,2	2,1	4,0	51,4	29,3	13,1

Tavola III: Percentuali di scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area – II Secondaria di secondo grado – Licei Classici e Scientifici

	ITALIANO (L. Classici e Scientifici)					MATEMATICA (L. Scientifici)				
	++	+	=	-	--	++	+	=	-	--
Nord Ovest	0,9	17,0	78,2	3,6	0,2	0,8	14,2	81,3	3,5	0,3
Nord Est	1,5	16,6	76,6	5,3	0,0	2,2	14,5	76,8	6,1	0,4
Centro	0,8	6,9	75,9	12,7	3,7	2,1	6,7	74,0	15,1	2,1
Sud	0,8	10,5	70,0	13,3	5,4	3,4	12,9	70,1	10,5	3,1
Sud e Isole	3,1	9,9	61,4	17,1	8,5	4,8	8,3	59,4	20,1	7,4

Tavola IV: Percentuali di scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area – II Secondaria di secondo grado – Altri licei

	ITALIANO					MATEMATICA				
	++	+	=	-	--	++	+	=	-	--
Nord Ovest	2,0	17,3	73,5	7,0	0,3	1,5	16,4	76,0	5,9	0,2
Nord Est	3,2	18,6	72,7	5,0	0,5	2,9	22,1	72,5	2,1	0,4
Centro	0,0	8,2	76,3	10,5	4,9	2,2	7,8	76,5	12,0	1,4
Sud	1,7	10,6	70,2	14,4	3,1	3,2	7,6	69,4	17,1	2,6
Sud e Isole	1,6	9,4	60,0	18,0	11,0	3,7	4,4	58,5	27,6	5,8

Tavola V: Percentuali di scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area – II Secondaria di secondo grado – Istituti Tecnici

	ITALIANO					MATEMATICA				
	++	+	=	-	--	++	+	=	-	--
Nord Ovest	0,5	16,2	77,9	4,4	1,0	1,7	11,3	82,3	4,4	0,2
Nord Est	1,7	21,4	73,1	3,4	0,3	2,4	23,1	71,1	3,4	0,0
Centro	0,3	6,1	73,3	16,2	4,1	1,0	6,7	74,4	15,8	2,0
Sud	3,5	10,3	70,7	12,2	3,3	5,1	8,9	66,8	17,6	1,6
Sud e Isole	0,7	5,7	60,5	25,1	8,0	1,7	7,4	57,2	29,1	4,7

Tavola VI: Percentuali di scuole per categoria di valore aggiunto e macro-area - II Secondaria di secondo grado - Istituti Professionali

	ITALIANO					MATEMATICA				
	++	+	=	-	--	++	+	=	-	--
Nord Ovest	2,1	17,3	73,8	5,9	0,8	3,8	12,6	78,7	5,0	0,0
Nord Est	1,7	21,2	73,2	2,8	1,1	2,2	19,0	73,2	5,6	0,0
Centro	1,1	8,6	71,5	16,7	2,2	2,1	6,3	76,2	15,3	0,0
Sud	2,4	10,5	71,8	13,3	2,0	5,3	8,9	68,3	16,3	1,2
Sud e Isole	1,9	4,8	59,4	27,5	6,3	2,5	6,9	57,4	28,9	4,4

APPENDICE 2

Tavola I: Scuole nella stessa categoria di valore aggiunto in Italiano e in Matematica – V Primaria

		MATEMATICA					Totale
		V.A. ++	V.A. +	V.A. =	V.A. -	V.A. --	
ITALIANO	V.A. ++	0,7%	0,8%	0,3%	0,0%	0,0%	1,81%
	V.A. +	1,0%	4,3%	6,1%	0,2%	0,0%	11,61%
	V.A. =	1,2%	6,8%	58,0%	6,7%	0,6%	73,32%
	V.A. -	0,2%	0,4%	5,3%	3,6%	0,9%	10,39%
	V.A. --	0,1%	0,4%	1,1%	0,7%	0,6%	2,87%
	Totale	3,1%	12,7%	70,7%	11,3%	2,2%	100,00%

Tavola II: Scuole nella stessa categoria di valore aggiunto in Italiano e in Matematica – III Secondaria di primo grado

		MATEMATICA					Totale
		V.A. ++	V.A. +	V.A. =	V.A. -	V.A. --	
ITALIANO	V.A. ++	0,7%	0,8%	0,5%	0,0%	0,0%	2,0%
	V.A. +	0,9%	6,2%	8,1%	0,1%	0,0%	15,3%
	V.A. =	0,6%	7,8%	55,6%	5,1%	0,1%	69,1%
	V.A. -	0,0%	0,0%	4,7%	4,8%	1,1%	10,6%
	V.A. --	0,0%	0,0%	0,5%	1,1%	1,3%	2,9%
	Totale	2,3%	14,7%	69,4%	11,0%	2,5%	100,0%

Tavola III: Scuole nella stessa categoria di valore aggiunto in Italiano e in Matematica – II Secondaria di secondo grado – Istituti Tecnici

		MATEMATICA					Totale
		V.A. ++	V.A. +	V.A. =	V.A. -	V.A. --	
ITALIANO	V.A. ++	0,7%	0,5%	0,2%	0,0%	0,0%	1,4%
	V.A. +	1,0%	4,5%	6,7%	0,1%	0,0%	12,2%
	V.A. =	0,8%	6,2%	57,0%	7,2%	0,4%	71,5%
	V.A. -	0,1%	0,2%	6,0%	4,8%	0,7%	11,8%
	V.A. --	0,0%	0,0%	1,0%	1,7%	0,5%	3,2%
	Totale	2,5%	11,4%	70,9%	13,7%	1,6%	100%

Tavola IV: Scuole nella stessa categoria di valore aggiunto in Italiano e in Matematica – II Secondaria di secondo grado – Istituti Professionali

		MATEMATICA				Totale	
		V.A. ++	V.A. +	V.A. =	V.A. -		V.A. --
ITALIANO	V.A. ++	1,2%	0,5%	0,2%	0,0%	0,0%	1,9%
	V.A. +	1,1%	4,5%	6,9%	0,0%	0,0%	12,5%
	V.A. =	1,0%	5,4%	56,2%	7,0%	0,3%	69,9%
	V.A. -	0,0%	0,2%	6,9%	5,7%	0,5%	13,3%
	V.A. --	0,0%	0,1%	0,7%	1,3%	0,4%	2,5%
	Totale		3,3%	10,7%	70,8%	14,0%	1,1%

Nota: non si forniscono le percentuali di scuole appartenenti alla stessa categoria di valore aggiunto in Italiano e in Matematica per i licei perché essi sono diversamente classificati per le due discipline.